

На правах рукописи

Андриенко Даниил Александрович

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МОДЕЛИ  
РАДИАЦИОННОЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ  
ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ГАЗОВЫХ ПОТОКОВ**

01.02.05 — Механика жидкости, газа и плазмы

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва 2013

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН Российской Академии Наук (ИПМех РАН)

Научный руководитель: член-корреспондент РАН, доктор физико-технических наук, профессор

**Суржиков Сергей Тимофеевич**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук

**Бочаров Алексей Николаевич**

кандидат физико-математических наук

**Горшков Андрей Борисович**

Ведущая организация: **Государственное учебно-научное учреждение Институт механики МГУ**

Защита состоится 28 ноября 2013 года в 15<sup>00</sup> часов на заседании диссертационного совета Д 002.240.01 при Институте проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН по адресу: 119526, Москва, проспект Вернадского, д. 101, корп. 1, ауд. 237.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПМех РАН.

Автореферат разослан « 28 » октября 2013 года.

Ученый секретарь диссертационного совета Д 002.240.01

при ИПМех РАН

кандидат физико-математических наук

Сысоева Е.Я.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность работы.** В настоящее время численное моделирование процессов радиационного переноса в задачах прикладной аэротермодинамики приобретает все большую актуальность. Это связано с тем, что эксперименты по обтеканию тел различной формы гиперзвуковым потоком газа, чаще всего, отличаются высокой стоимостью, не зависимо от того, идет ли речь о непосредственном эксперименте по входу аппарата в атмосферу или об эксперименте в гиперзвуковой ударной трубе. В тоже время известно, что перенос излучение может быть важным механизмом в нагреве поверхности космического аппарата и, в некоторым случаях, влиять на распределение газодинамических параметров за фронтом ударной волны. Кроме этого, комплексный подход, включающий в себя как экспериментальную базу, так и численные модели, необходим с точки зрения развития аэротермодинамики в общем и теории переноса излучения в частности.

Важной составляющей моделирования радиационных процессов в потоке сильно нагретого газа являются не только непосредственно сами модели радиационного переноса, но также и термодинамическая, оптическая и газодинамическая модели среды. Необходимость многостороннего подхода в создании таких моделей обуславливает их сложность и диктует требования к их эффектности и практической реализации. Стремительное развитие компьютерной техники за последние два десятилетия предоставило новые возможности для разработки, верификации и валидации таких моделей. Тем не менее, можно сказать, что современные модели переноса радиационной энергии в задачах динамики высокотемпературного газа являются достаточно трудоемкими с вычислительной точки зрения, поэтому поиск аккуратных и, по возможности, эффективных численных моделей актуален до сих пор.

**Цель работы** заключается в исследовании моделей динамики излучающего газа, в частности, в развитии численных моделей радиационного переноса применительно к задаче входа космических аппаратов в атмосферу Марса и Земли.

### **Научная новизна работы:**

1. Разработана расчетно-теоретическая модель гиперзвукового течения вязкого, теплопроводного, химически и физически неравновесного, излучающего газа.

2. С использованием созданной компьютерной модели выполнено сравнение результатов расчета концентрации свободных электронов с экспериментальными данными, полученными в летном эксперименте RAM-C II.
3. Построена модель радиационного переноса, основанная на методе сферических гармоник (МСГ), в двумерной криволинейной осесимметричной системе координат. Проведено решение задачи о переносе излучения в среде с локальной неоднородностью температурного поля, моделирующей условия в лазерных волнах горения.
4. Выполнены расчеты радиационной газовой динамики спуска космического аппарата в атмосфере Марса. Рассчитаны спектральные и интегральные радиационные характеристики потока при спуске космического аппарата в атмосфере Марса с помощью многогрупповой модели в  $P_1$  приближении МСГ, проведено сравнение результатов с методом дискретных направлений (МДН).
5. Разработан в виде компьютерной программы численный алгоритм МСГ на неструктурированных сетках в многомерных геометриях. Проведены расчеты плотности энергии излучения в двух- и трехмерной геометрии при решении задач радиационной газовой динамики.
6. Исследованы способы увеличения эффективности и точности метода дискретных направлений как асимптотически точного способа расчета селективных тепловых потоков к поверхности обтекаемых тел.

#### **Основные защищаемые положения и результаты:**

1. Создание двумерной газодинамической модели неравновесного гиперзвукового потока и результаты моделирования спуска космического аппарата в атмосфере Земли на примере анализа летных данных RAM-C II.
2. Результаты развития метода сферических гармоник применительно к численному решению уравнения переноса излучения в криволинейной геометрии. Результаты расчета и верификация спектральных потоков к поверхности космического аппарата в атмосфере Марса.
3. Результаты обобщения метода сферических гармоник на случай двух- и трехмерной геометрии для решения уравнения переноса излучения на неструктурированных сетках.

4. Результаты расчетов селективного радиационного потока к поверхности космического аппарата, полученные с помощью метода дискретных направлений в атмосфере Земли. Повышение эффективности и точности метода дискретных направлений за счет созданного алгоритма поиска ближайшего соседа и использования квадратур Гаусса для решения уравнения переноса излучения.

### **Научная и практическая значимость:**

1. Разработанная серия программ для решения уравнения переноса излучения в двумерной и трехмерной геометрии на структурированных и неструктурированных сетках.
2. Алгоритмы увеличения эффективности и точности метода дискретных направлений
3. Результаты численного моделирования:
  - Спектральные и интегральные радиационные потоки к поверхности тел различной форм в атмосфере Марса;
  - Анализ эффективности и точности  $P_1$  приближения метода сферических гармоник для задач спуска космических аппаратов;
  - Поле течения и радиационные характеристики спускаемого космического аппарата в атмосфере Земли;
  - Метод реализации и анализ эффективности и точности метода дискретных направлений.

Практическая значимость определяется возможностью решения задач радиационной газовой динамики применительно к космическим аппаратам сложной формы при входе в плотные слои атмосферы под углом атаки.

**Достоверность** результатов диссертации подтверждается физической обоснованностью постановок задач и строгим аналитическим характером их рассмотрения с применением современных теоретических концепций и математических средств физической и химической механики, а также достаточно хорошим качественным и количественным соответствием полученных результатов с известными экспериментальными данными и численными решениями, полученным с помощью других программных комплексов и другими авторами.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались и обсуждались на всероссийских и международных профильных научных конференциях и семинарах:

1. Школа-семинар «Аэрофизика и физическая механика классических и квантовых систем», Москва, Институт проблем механики РАН, 2007, 2008, 2009, 2010 гг.;
2. XVII школа-семинар молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И.Леонтьева, Жуковский, Центральный аэрогидродинамический институт, 2009 г.;
3. Всероссийская научно-техническую конференцию молодых ученых и специалистов «Проблемы создания перспективных авиационных двигателей», Москва, ЦИАМ, 2010 г.;
4. Научная конференция МФТИ, Москва - Долгопрудный, МФТИ, 2007, 2008, 2009, 2010 гг.;
5. 3rd International Workshop on Radiation of High Temperature Gases in Atmospheric Entry, Heraklion, Greece, 2008;
6. 4th International Workshop on Radiation of High Temperature Gases in Atmospheric Entry, Lausanne, Switzerland 2010;
7. 49th, 50th, 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, USA, Orlando, 2011, USA, Nashville, 2012, USA, Dallas, 2013;
8. 21st AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, USA, San Diego, 2013;
9. Научный семинар под руководством д.ф.-м.н. Битюрина В.А., Москва, ОИВТ РАН, 2013.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 19 печатных работ, в том числе 5 статей в рецензируемых журналах, из них 5 статей в журналах из перечня Высшей Аттестационной Комиссии. Список работ приведен в конце автореферата.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, 6 глав, заключения и списка литературы. Общий объем работы составляет 188 страниц, включая 95 рисунков и 19 таблиц. Список литературы содержит 172 наименования.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность рассматриваемых в работе проблем, сформулированы цель и задачи диссертационной работы, перечислены представленные в диссертации новые результаты, их практическая ценность и положения, выносимые на защиту, кратко изложена структура диссертации.

В **первой главе** рассмотрены численные модели гиперзвуковых потоков вязкого, теплопроводного, химически и физически неравновесного газа. Дана их формулировка и классификация. Представлен обзор современной литературы по численному моделированию течений с ударными волнами в окрестности тел обтекаемой формы, а также включен обзор работ по описанию моделей химической и термодинамической неравновесности. Приведен обзор практических реализаций соответствующих численных и физико-химических моделей. Разработана и описана расчетная модель неравновесного течения гиперзвукового газа в окрестности тела обтекаемой формы на примере спускаемого космического аппарата (КА) РАС-С II [1]. Построенная модель позволяет проводить расчет физических и химических параметров за фронтом ударной волны с учетом протекания химических реакций и отклонения термодинамического состояния среды от равновесного.

Решается система уравнений Навье-Стокса в двумерной осесимметричной геометрии. Решение производится с использованием одноблочной структурированной сетки. Помимо решения уравнения сохранения массы, импульса и полной энергии в форме, представленной в работе [2], также решаются уравнения сохранения массы отдельных химических компонент, колебательной энергии и энергии свободных электронов. Особое внимание уделено выбору химической и термодинамической модели среды. Поскольку химические реакции в высокоскоростных потоках протекают, как правило, за время равное или большее характерного времени обтекания спускаемого тела, в данной работе была выбрана неравновесная модель химических реакций. С этой целью решается система конвективно-диффузионных уравнений, описывающих закон сохранения массы частиц одного сорта  $i$ :

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i \vec{V}) = \nabla \cdot (\rho D_i \nabla Y_i) + \dot{\omega}_i, \quad (1)$$

Численная схема для решения уравнения (1) имеет первый порядок аппроксимации конвективных слагаемых и второй порядок аппроксимации диффузионных слагаемых. Источниковое слагаемое  $\dot{\omega}_i$  в правой части

уравнения (1) рассчитывается по закону действующих масс. Для описания температурной зависимости скорости протекания реакции используется обобщенная формула Аррениуса.

Отклонение заселенности уровней энергии атомов и молекул за фронтом ударной волны описывается с помощью многотемпературной модели, широко используемой в литературе для описания термодинамического состояния среды в окрестности спускаемого тела. В данной работе применена пятитемпературная модель: предполагается, что поступательная  $T_{tr}$  и вращательная  $T_{rot}$  температуры находятся в равновесии друг с другом, а бальцмановская заселенность колебательных и электронных уровней соответствует температурам  $T_{vib}$  и  $T_e$ , отличающихся от  $T_{tr}$  и  $T_{rot}$  в условиях термодинамической неравновесности. Для описания состояния колебательных уровней молекул введено три температуры по числу молекулярных компонент в ионизованном воздухе: NO, N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, одна температура описывает энергию свободных электронов. Уравнения сохранения колебательной энергии и энергии свободных электронов формулируются с учетом процессов ассоциативной ионизации, ионизации и диссоциации электронным ударом, реакций обмена и релаксационных каналов  $Q_{VT}$ ,  $Q_{Ve}$ ,  $Q_{VV'}$  и  $Q_{Te}$ .

Разработанная модель позволяет описать с хорошей точностью экспериментальные данные по критической концентрации свободных электронов у поверхности КА, а также описать температурное поле в окрестности космического аппарата для последующего расчета переноса радиационной энергии. Также проведено сравнение полученных результатов с другими теоретическими работами. Численные расчеты проведены для трех точек траектории с параметрами, указанными в Табл. 1. Указанные расчетные точки покрывают широкий диапазон возможных термодинамических состояний системы, что, в свою очередь, представляется интересным для верификации физико-химических моделей, представленных в данной работе. На Рис. 1а – 1с приводится распределение температуры поступательной и внутренних мод для трех точек траектории 61, 71 и 81 км. вдоль критической линии тока. Можно видеть, что отход ударной волны от поверхности КА и ширина релаксационной зоны уменьшается от наиболее неравновесной точки траектории 81 км. к практически равновесным условиям на высоте 61 км. Температура свободных электронов практически совпадает с колебательной температурой молекулы азота, что говорит о важности релаксационного механизма  $Q_{Ve}$ . Наибольшее отклонение  $T_e$  от колебательной температуры азота наблюдается для точки траектории 81



км. Скорость релаксации колебательной температуры молекул с поступательной температурой определяется степенью физической неравновесности среды. Расстояние отхода ударной волны также меняется со степенью неравновесности.

Высота, км	M	$T_\infty$ , K	Re
61	23.9	254.80	19500
71	25.9	219.58	6280
81	28.3	198.64	1580

Табл. 1: Параметры налетающего потока для КА RAM-C II.

В летном эксперименте RAM-C II измерялась максимальная (критическая) концентрация электронов по нормали к поверхности с помощью четырех СВЧ датчиков и зонда Ленгмюра в хвостовой части КА. Сравнение расчетной концентрации электронов с экспериментальными данными приведено на Рис. 2а – 2с для двух моделей неравновесной диссоциации молекул: модели Парка и

Мэррона-Тренора. Показано, что модель Парка демонстрирует завышение электронной плотности по сравнению с экспериментальными данными, в то время как использование модели избирательной диссоциации с эмпирическим параметром  $U = D/6$ , где  $D$  - энергия диссоциации молекулы, удовлетворительно описывает экспериментальные данные.

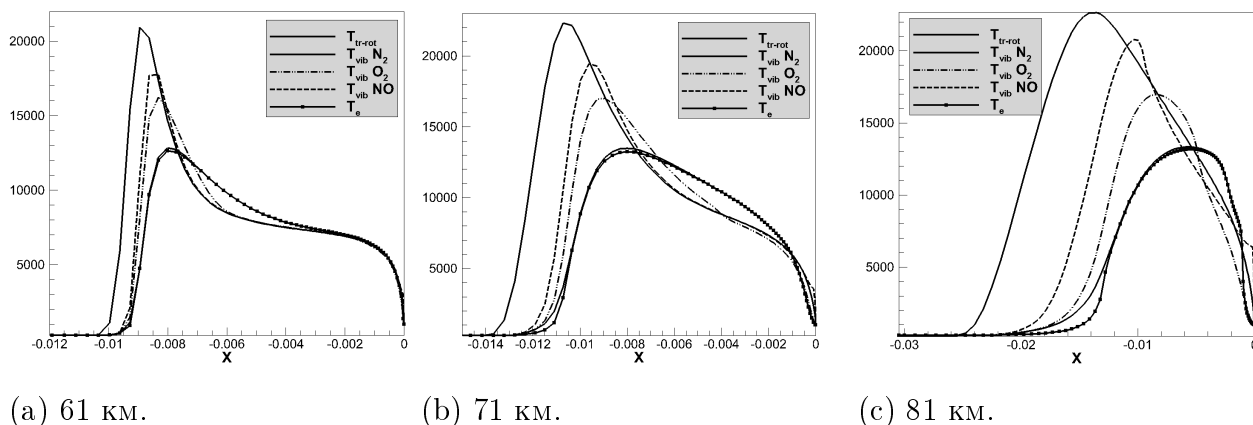


Рис. 1: Распределение поступательной  $T_{tr}$ , колебательных  $T_{vib}$  и электронной  $T_e$  температур вдоль критической линии тока КА RAM-C II для трех точек траектории. Тонкая сплошная кривая - поступательная температура, толстая сплошная кривая - колебательная температура  $N_2$ , пунктирная кривая - колебательная температура  $O_2$ , штрихпунктирная кривая - колебательная температура  $NO$ , кривая с маркерами - электронная температура.

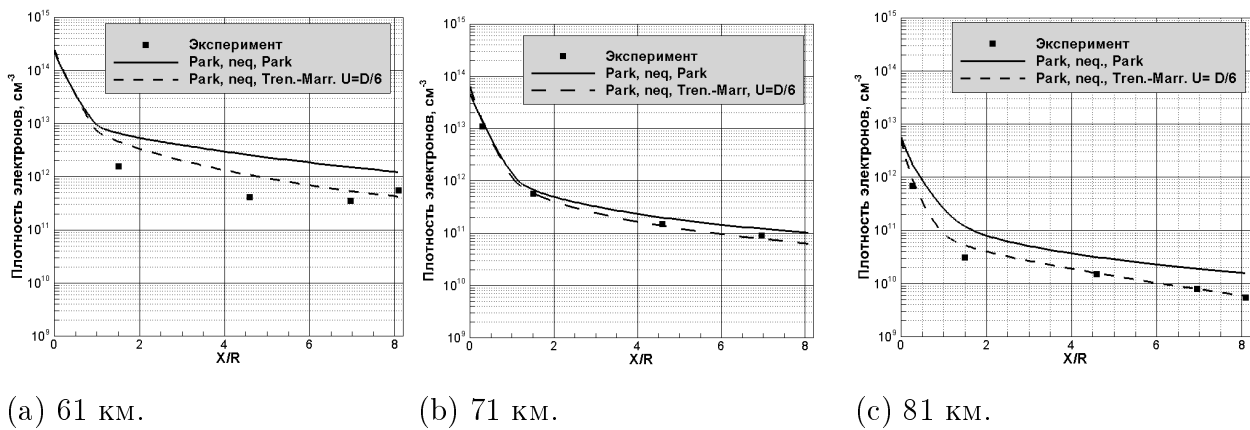


Рис. 2: Распределение критической концентрации электронов вдоль поверхности КА RAM-S II для трех точек траектории. Маркеры - экспериментальные данные, сплошная кривая - расчет, модель Парка, пунктирная кривая - расчет, модель Тренора-Мэррона.

Сравнение критической плотности свободных электронов с другими теоретическими работами приведено на Рис. 3. Несмотря на то, что течение на данной высоте термодинамически равновесное, наблюдается широкий разброс результатов. Это объясняется чувствительностью концентрации электронов к выбранному кинетическому механизму, в силу интенсивности протекания химических реакций для условий полета на высоте 61 км. Сравнение различных кинетических механизмов воздушной плазмы, приведенное в тексте диссертации, говорит о важности реакций обмена и ассоциативной диссоциации.

**Вторая глава** посвящена рассмотрению моделей радиационного переноса в задачах спуска КА. Сформулированы основные приближения современной теории переноса излучения. Обсуждается феноменологический вывод уравнения закона сохранения электромагнитной энергии в произвольном объеме и допущения, позволяющие получить конкретные практические результаты. Внимание уделено выбору оптической и термодинамической моделям, как необходимым составляющим моделирования переноса селективного излучения в низкотемпературной воздушной плазме.

Представлен литературный обзор методов решения уравнения переноса излучения. Рассмотрены возможности реализации многомерных моделей радиационного переноса с последующим применением оптических моделей различной сложности, начиная от классической многогрупповой модели и заканчивая подробной полинейчатой моделью. Отдельно обсуждается преимущества и недостатки радиационных моделей основанных на

методе сферических гармоник [3] и методах прямого углового интегрирования уравнения переноса излучения (метод дискретных направлений) [4].

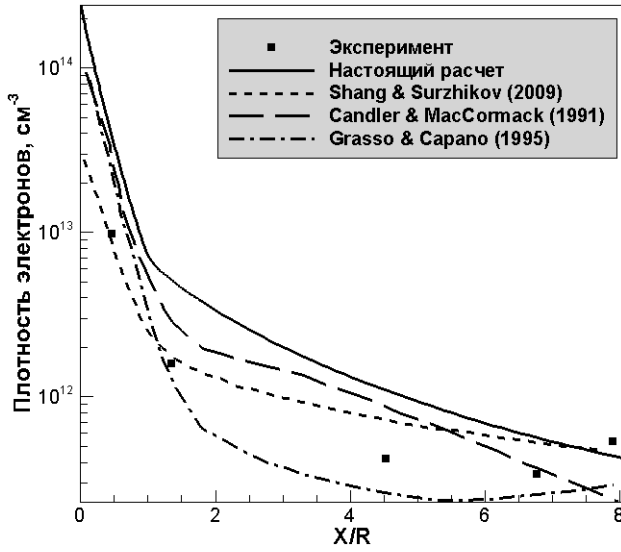


Рис. 3: Сравнение критической концентрации электронов с расчетами для точки траектории 61 км.

целесообразно разрабатывать высокоэффективные пространственные модели радиационного переноса с возможностью применения к расчетам как на структурированных, так и на неструктурированных расчетных сетках.

В **третьей главе** рассмотрены  $P_1$  приближение МСГ и метод дискретных направлений применительно к задачам переноса излучения в плоском слое и двумерной осесимметричной геометрий. Уравнение  $P_1$  приближения формулируется относительно объемной плотности энергии излучения  $U$  в виде уравнения (2) с применением граничных условий Маршака и в приближении локального термодинамического равновесия (ЛТР).

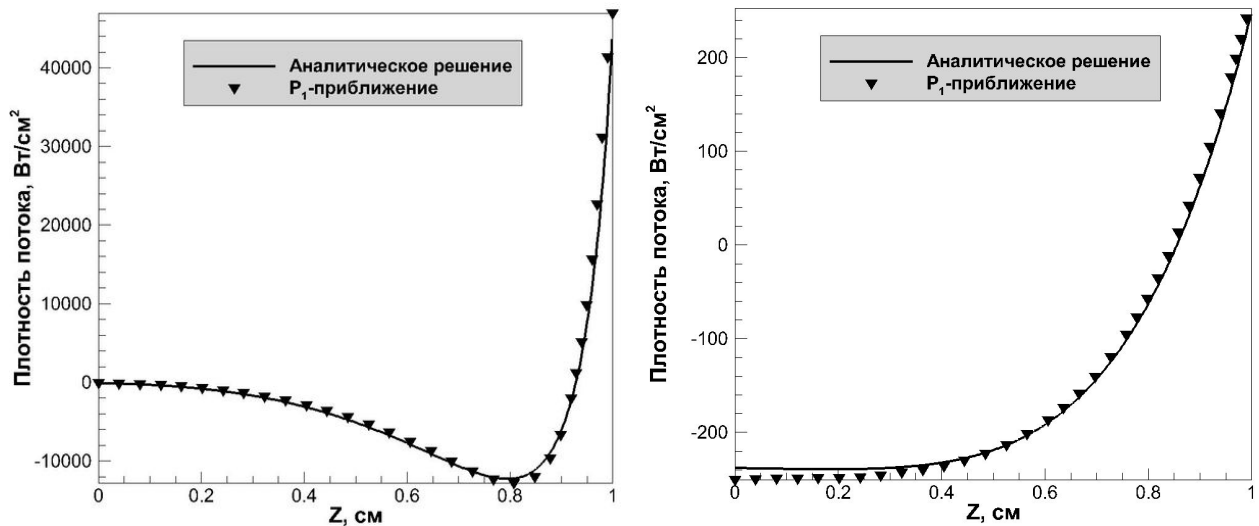
Дан вывод численной схемы  $P_1$  приближения МСГ для двумерной криволинейной геометрии. Рассмотрена проблема численного характера, возникающая при использовании конечно-разностной схемы, сформулированной для объемной плотности энергии излучения в окрестности оси симметрии.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{c}{3\kappa} \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{c}{3\kappa} \frac{\partial U}{\partial z} \right) = \kappa U - 4\pi\kappa J_b \quad (2)$$

Получено решение двух тестовых задач: перенос излучения в плоском слое с неоднородным линейным распределением температуры и в цилин-

В конце главы обсуждается необходимость выбора расчетной сетки для пространственного интегрирования переноса излучения. Сопоставляются два типа расчетных сеток: структурированные и неструктурированные. Заключение главы приводит к выводам, что в настоящее время существует необходимость решения уравнения переноса излучения в многомерных геометриях применительно к телам различной формы, начиная от простейшего затупленного конуса, заканчивая гиперзвуковыми летательными аппаратами сложной формы. Для этих целей актуально и

рическом объеме с локальной температурной неоднородностью. В случае плоского слоя распределение плотности потока в поперечном направлении сопоставлено с аналитическим решением, выраженным через интегро-экспоненциальные функции Chandrasekhara [5]. Сравнение проведено для различных значений коэффициента поглощения, который выбирался постоянным по пространству и частоте, но менялся в каждом расчетном случае. Данный тестовый случай позволяет оценить точность  $P_1$  приближения в зависимости от оптической толщины  $\tau$  среды по сравнению с точным решением уравнения переноса излучения, сформулированного в приближении локального термодинамического равновесия (ЛТР). Сравнение приведено на Рис. 4а и 4б при  $\tau = 10$  и  $10^{-2}$ . Видно, что в указанном диапазоне коэффициента поглощения  $\kappa$   $P_1$  приближение демонстрирует хорошее совпадение с точным решением.



(a)  $\kappa = 10 \text{ см}^{-1}$ ,  $\tau = 10$ .

(b)  $\kappa = 0.01 \text{ см}^{-1}$ ,  $\tau = 0.01$ .

Рис. 4: Распределение продольной составляющей плотности потока  $\mathbf{W}_z$ , Вт/см<sup>2</sup> в плоском слое для случая оптически плотной и прозрачной среды. Маркеры -  $P_1$  приближение, сплошная кривая - аналитическое решение.

Задача о переносе излучения в области с сильной физической неоднородностью представляется важной с точки зрения некоторых физических приложений, например, в ядерной физике и физике лазерной плазмы [6]. Помимо этого, перенос излучения в области с сильно неоднородными свойствами позволяет оценить возможности того или иного численного метода. Расчеты переноса излучения в цилиндрическом объеме с сильной неоднородностью показали необходимость аккуратного выбора расчетной сетки и численной схемы. Продемонстрирована зависимость рассчитанных объем-

ной плотности энергии и плотности потока излучения от конкретной численной схемы и коэффициента поглощения. Несмотря на то, что расхождения незначительны с точки зрения инженерных приложений, нужно подчеркнуть, что понимание сути таких различий необходимо для адекватной постановки более сложных задач. Сравнение объемной плотности энергии излучения и плотности радиационного потока показывает, что для данного типа геометрии разработанные схемы демонстрируют сходство результатов и дают возможность их применения для более сложных расчетных случаев.

В **четвертой главе** реализовано  $P_1$  приближение МСГ в двумерной осесимметричной геометрии на структурированных сетках. Проведены численные расчеты поля излучения для постоянного коэффициента поглощения и с использованием многогрупповой модели для описания реального спектра коэффициента поглощения. Рассмотрены два типа обтекаемых тел: сферическое тело и конусообразное тело с затуплением. Первый численный эксперимент выбран как наиболее простой тестовый случай [7], геометрия второго расчетного случая соответствует геометрическим параметрам реального спускаемого аппарата Pathfinder [8].

Верификация МСГ проводится путем сравнения интегрального радиационного потока к поверхности с результатами, полученными по методу дискретных направлений. Такое сравнение представляется интересным, по крайней мере, по двум причинам. Во-первых, МДН демонстрирует асимптотическую сходимость результатов при достаточно подробной расчетной сетке, в то время как  $P_1$  приближение МСГ обладает известными проблемами точности при малых коэффициентах поглощения и в окрестности границы расчетной области. Во-вторых, интересным представляется сопоставление эффективности двух реализованных радиационных моделей, поскольку метод дискретных направлений демонстрирует чрезвычайно высокие затраты компьютерного времени, в то время как  $P_1$  приближение представляется эффективным инструментом расчета радиационной плотности энергии в многомерных геометриях.

В Табл. 2 приводится относительная разница  $\varepsilon$  плотности потока излучения в передней критической точке сферического тела для постоянного по пространству коэффициента поглощения, вычисленного в  $P_1$  приближении МСГ и с помощью МДН. Оптическая толщина в расчетах меняется от 3 до  $3 \times 10^{-3}$ . Видно, что  $\varepsilon$  возрастает с уменьшением коэффициента поглощения. Удовлетворительная точность  $P_1$  приближения наблюдается только для  $\kappa \geq 10^{-2} \text{ см}^{-1}$ .

На Рис. 5 представлены результаты расчета плотности потока при постоянной коэффициенте поглощения для КА типа Pathfinder. Расчет произведен для трех значений коэффициента поглощения:  $10^{-1}$ ,  $10^{-2}$  и  $10^{-3}$   $\text{см}^{-1}$ . Как и в расчетах для сферического КА, коэффициент поглощения полагается постоянным по пространству и частоте, а излучательная способность среды рассчитывается в приближении локального термодинамического равновесия. Расчеты в  $P_1$  приближении МСГ сопоставлены с расчетами по методу дискретных направлений. Результаты метода сферических гармоник удовлетворительно воспроизводят результаты метода дискретных направлений в обозначенном диапазоне коэффициента поглощения.

$\kappa, \text{см}^{-1}$	$P_1$ приближение	МДН	$\varepsilon, \%$
$10^0$	13210	14650	10.9
$10^{-1}$	20502	24980	21.9
$10^{-2}$	2305	3046	32.6
$10^{-3}$	142	335	139.1

Табл. 2: Плотность потока излучения,  $\text{Вт}/\text{см}^2$  для постоянного коэффициента поглощения, рассчитанная по  $P_1$  приближению и методу дискретных направлений, относительная разница плотности потока излучения  $\varepsilon$ , рассчитанного по МДН и  $P_1$  приближению, сферическое тело.

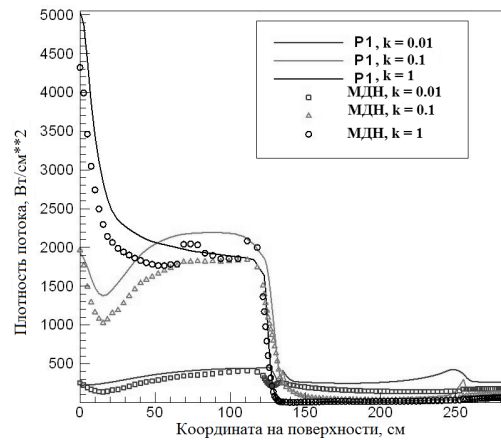


Рис. 5: Распределение плотности радиационного потока к поверхности, КА типа Pathfinder при постоянном коэффициенте поглощения  $\kappa, \text{см}^{-1}$ . Маркеры, МДН: квадраты -  $\kappa = 0.01 \text{см}^{-1}$ , треугольники -  $\kappa = 0.1 \text{см}^{-1}$ , окружности -  $\kappa = 1 \text{см}^{-1}$ ,  $P_1$  приближение: тонкая кривая -  $\kappa = 0.01 \text{см}^{-1}$ , серая кривая -  $\kappa = 0.1 \text{см}^{-1}$ , толстая кривая -  $\kappa = 0.01 \text{см}^{-1}$ .

Также проведена серия расчетов плотности потока излучения при реальном коэффициенте поглощения, соответствующем смеси газов  $\text{CO}_2\text{-N}_2$  для типичных параметров траектории входа КА в атмосферу Марса. Расчеты в  $P_1$  приближении проведены по упрощенной спектральной модели, содержащей только наиболее сильно излучающие спектральные группы. Отбор таких групп производился на основании анализа максимального по пространству коэффициента поглощения в каждой группе. Показано, что

расчет переноса излучения в  $P_1$  приближении с использованием редуцированной спектральной модели позволяет предсказать плотность потока с ошибкой 10-40 % по сравнению с методом дискретных направлений.

**Пятая глава** посвящена разработке численного метода решения уравнения переноса излучения в  $P_1$  приближении МСГ на неструктурированных сетках в двух- и трехмерной геометрии. К важным практическим преимуществам разработки радиационной модели на неструктурированных расчетных сетках можно отнести возможность проведения расчетов для аппаратов практически любой формы и адаптация сетки к особенностям решения без надобности перестроения всей расчетной области. Кроме того, существует большое количество бесплатных генераторов неструктурированных сеток, делая процесс их построения практически автоматизированным.

Для пространственного интегрирования уравнения переноса излучения применяется метод конечного объема.  $P_1$  приближение МСГ, проинтегрированное по объему  $V$  элементарной ячейки с площадью  $S$  имеет вид

$$\int_V \frac{\partial U_\nu}{\partial t} dV + \int_S \mathbf{W}_\nu d\mathbf{S} = \int_V -c\kappa_\nu \left( \frac{4\pi J_{b,\nu}}{c} - U_\nu \right) dV, \quad (3)$$

где  $U_\nu$  - объемная плотность спектральной энергии излучения,  $\mathbf{W}_\nu$  - плотность спектрального радиационного потока,  $c$  - скорость света,  $J_{b,\nu}$  - спектральная интенсивность излучения абсолютно черного тела. Уравнение (3) записано в приближении ЛТР. Численная схема является объемоцентрированной: плотность энергии излучения прикреплена к геометрическому центру элементарной ячейки. Нормальная составляющая вектора плотности потока излучения между общей гранью ячеек  $i$  и  $j$ , далее называемыми соседними, вычисляется как

$$\mathbf{W}_{\nu,i,j} = -D_{\nu,i,j} (U_{\nu,j} - U_{\nu,i}) A_{i,j}, \quad (4)$$

где геометрический фактор  $A_{i,j}$  зависит только от взаимного расположения ячеек и может быть вычислен только один раз для конкретной расчетной сетки,  $D_{\nu,i,j} = c/3\kappa_{i,\nu} + c/3\kappa_{j,\nu}$  - спектральный коэффициент диффузии излучения. Явная схема решения уравнения (3) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{U_{\nu,i}^{s+1} - U_{\nu,i}^s}{t_\nu} V_i + \sum_{j=1}^{N_i} D_{\nu,i,j} (U_{\nu,j}^s - U_{\nu,i}^s) A_{i,j} S_{i,j} = \\ = c\kappa_{\nu,i} \left( \frac{4\pi J_{b,\nu,i}}{c} - U_{\nu,i}^{s+1} \right) V_i, \quad i = 1 \dots N, \end{aligned} \quad (5)$$

где суммирование производится по всем граням контрольной ячейки  $i$ . Также реализована неявная схема решения уравнения (3), позволяющая существенно сократить время расчетов. Перепишем уравнение (5) с учетом того, что поток через границу ячейки теперь определяется на верхнем временном слое и сгруппируем подобные слагаемые:

$$U_{\nu,i}^{s+1} \left( \frac{1}{\tau_\nu} + \kappa_{\nu,i,j} - \frac{1}{V_i} \sum_{j=1}^{N_i} D_{\nu,i,j} A_{i,j} S_{i,j} \right) + \frac{1}{V_i} \sum_{j=1}^{N_i} U_{\nu,j}^{s+1} D_{\nu,i,j} A_{i,j} S_{i,j} = \kappa_{\nu,i} \frac{4\pi J_{b,\nu,i}}{c} + \frac{U_{\nu,i}^s}{\tau_\nu}, \quad i = 1, \dots, N. \quad (6)$$

Левая часть уравнения (6) представляет собой матрицу  $\mathbf{A}$  размера  $N \times N$ . Каждый ряд этой матрицы состоит из ненулевого элемента  $U_{\nu,i}^{s+1}$  и элементов  $U_{\nu,j}^{s+1}$ , количество которых равно числу соседей у ячейки  $i$ . Уравнение (6) не предполагает наличие граничных сторон у ячейки  $i$ . Если ячейка  $i$  является граничной, то в уравнение должно быть включено граничное условие.

Проведено моделирование спуска космического аппарата простейшей (сферической) формы и затупленного тела на примере КА Pathfinder. Параметры налетающего потока для тела затупленной формы даны в Табл. 3 и взяты из [9]. Число Гуларда для решаемой задачи составляет порядка  $10^{-2} - 10^{-4}$ , что позволяет пренебречь влиянием радиационных процессов на газодинамические параметры.

Для уменьшения погрешности  $P_1$  приближения в оптически прозрачной среде групповая модель модифицировалась в соответствии с величиной максимального по пространству коэффициента поглощения  $\kappa_{max}$  в отдельной группе. В расчет принимались только те группы, в которых коэффициент поглощения излучения превышал некоторую, наперед заданную величину. В силу экономичности расчетов с использованием МСГ проведена серия вычислений при  $\kappa_{max} = 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$  и  $10^{-1} \text{ см}^{-1}$ . Решение уравнения (3) получено в двух- и трехмерной геометрии в оптически тонких и толстых группах. Затраченное время на получение решения в отдельно взятой группе для  $P_1$  приближения и МДН приведено в Табл. 4 и 5 соответственно. Сравнение приведено для оптически тонкой  $\nu_1 = 1400 \dots 1600 \text{ см}^{-1}$  и толстой  $\nu_2 = 2200 \dots 2400 \text{ см}^{-1}$  групп. Неявная схема  $P_1$  приближения демонстрирует существенный прирост эффективности для оптически тонкой и толстой групп по сравнению с явной схемой. Кроме этого,  $P_1$  приближе-



ние МСГ эффективнее в 22-28 раз по сравнению с МДН для двумерной геометрии и 600-1600 раз для трехмерной геометрии.

Группа	$P_1$ , явн.	$P_1$ , неявн.	МДН	Эффект., явн./неявн.	Эффект., МДН/ $P_1$	$\tau_\nu$
$\nu_1$	$2.0 \times 10^4$	$8.5 \times 10^1$	$1.9 \times 10^3$	$2.4 \times 10^2$	$2.2 \times 10^1$	$1.1 \times 10^{-3}$
$\nu_2$	$1.3 \times 10^3$	$6.4 \times 10^1$	$1.8 \times 10^3$	$2.0 \times 10^1$	$2.8 \times 10^1$	$2.1 \times 10^{-1}$

Табл. 4: Расчетное время (в секундах) и сравнение эффективности  $P_1$  приближения (явной и неявной схем) и метода дискретных направлений в двумерной геометрии на примере задачи селективного переноса радиационной энергии для КА типа Pathfinder для оптически тонкой и толстой групп.

Группа	$P_1$ , явн.	$P_1$ , неявн.	МДН	Эффект., явн./неявн.	Эффект., МДН/ $P_1$	$\tau_\nu$
$\nu_1$	$4.3 \times 10^4$	$5.8 \times 10^2$	$3.6 \times 10^5$	27.2	624.3	$1.2 \times 10^{-3}$
$\nu_2$	$1.6 \times 10^4$	$2.1 \times 10^2$	$3.4 \times 10^5$	205.3	1628.1	$2.9 \times 10^{-1}$

Табл. 5: Расчетное время (в секундах) и сравнение эффективности  $P_1$  приближения (явной и неявной схем) и метода дискретных направлений в трехмерной геометрии на примере задачи селективного переноса радиационной энергии для КА типа Pathfinder для оптически тонкой и толстой групп.

На Рис. 6 и 7 приведено сравнение плотности радиационного потока  $W_{rad}$ , рассчитанному по МДН и МСГ с конвективным потоком  $W_{conv}$  к поверхности для двумерной осесимметричной и трехмерной геометрии. В двумерном случае конвективный механизм нагрева является доминирующим для лобовой поверхности, быстро спадая к донной области, в то время как на кромке аппарата и в хвостовой области преобладающим фактором нагрева является перенос излучения. В трехмерном случае видно, что радиационный механизм переноса энергии также является существенным при нагреве донной области. Преобладание конвективного нагрева на кромке в трехмерном случае можно объяснить более высокой скоростью входа КА по сравнению с двумерным случаем.

Параметр	3D	2D
$P_\infty$ , Па	20.03	30.53
$\rho_\infty$ , кг/м <sup>3</sup>	$6.838 \times 10^{-4}$	$1.186 \times 10^{-3}$
$V_\infty$ , км/с	4.922	3.842
$T_\infty$ , К	153.0	153.3
$\alpha$ , град.	15.0	0.0

Табл. 3: Параметры налетающего потока при трехмерном и двумерном моделировании обтекания затупленного тела формы космического аппарата Pathfinder.

ности метода сферических гармоник в них.

В **шестой главе** обсуждается метод дискретных направлений как асимптотически точный способ расчета плотности радиационного потока к поверхности обтекаемого тела. Представлен новый алгоритм поиска ближайшего соседа и применение квадратур Гаусса для решения уравнения переноса излучения вдоль выделенного направления. Расчет плотности потока производится по соотношению (7)

$$W_\nu(r) = \int_{\Omega=4\pi} J_\nu(r, \Omega) \Omega d\Omega = 2 \int_0^\pi d\varphi \int_0^{\pi/2} J_\nu(r, \Omega) \cos\theta \sin\theta d\theta, \quad (7)$$

где  $\varphi$ ,  $\theta$  - азимутальный и зенитный углы локальной сферической системы координат с центром на поверхности КА. Формальное уравнение переноса излучения вдоль луча имеет вид (8):

$$J_\nu(r) = \int_0^s J_{b,\nu}(\tilde{s}) \left( \exp \left[ - \int_0^{\tilde{s}} \kappa d\tilde{s} \right] \kappa d\tilde{s} \right). \quad (8)$$

Для вычисления интеграла в правой части (8) в данной работе применяется квадратурная формула Гаусса:

$$J_\nu(r) = \int_{-1}^1 F(s) d\tilde{r} = \frac{s}{2} \sum_{i=0}^N \omega_i F \left[ \frac{sr_i + s}{2} \right]. \quad (9)$$

В уравнении (9)  $F$  обозначает подынтегральное выражение в (8),  $r_i$  - корни полинома Лежандра,  $\omega_i$  - вес, соответствующий  $i$ -му корню  $r_i$ ,  $N$  - количе-

Кроме этого, с увеличением количества групп в оптической модели расчет степень согласованности результатов метода сферических гармоник и метода дискретных направлений, однако при учете излучения от оптически прозрачных групп  $\kappa_{max} > 10^{-3} \text{ см}^{-1}$  наблюдается завышение плотности потока над результатами МДН. В тексте диссертации приведены результаты расчетов, позволяющие оценить вклад отдельных оптических групп и выяснить уровень погрешности метода сферических гармоник в них.

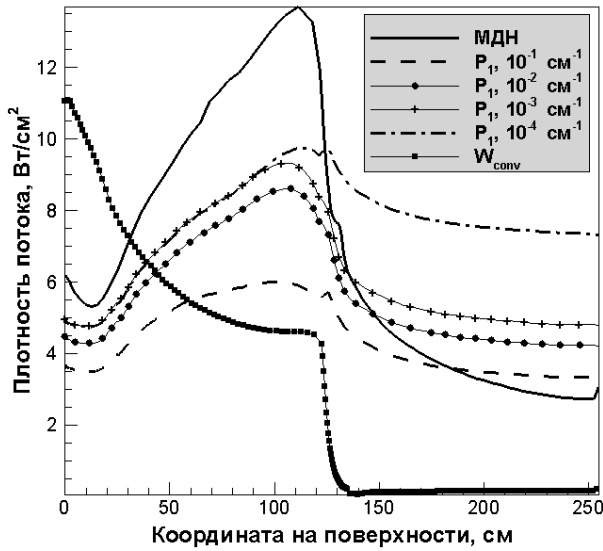


Рис. 6:  $W_{rad}$  и  $W_{conv}$ , Вт/см<sup>2</sup>, двумерный осесимметричный случай обтекания космического аппарата типа Pathfinder. Кривая с квадратными маркерами - конвективный поток, сплошная кривая - метод дискретных направлений,  $P_1$  приближение: пунктирная кривая -  $\kappa_{max} = 10^{-1}$  см<sup>-1</sup> круглые маркеры -  $\kappa_{max} = 10^{-2}$  см<sup>-1</sup> крестообразные маркеры -  $\kappa_{max} = 10^{-3}$  см<sup>-1</sup> штрих-пунктирная кривая -  $\kappa_{max} = 10^{-4}$  см<sup>-1</sup>.

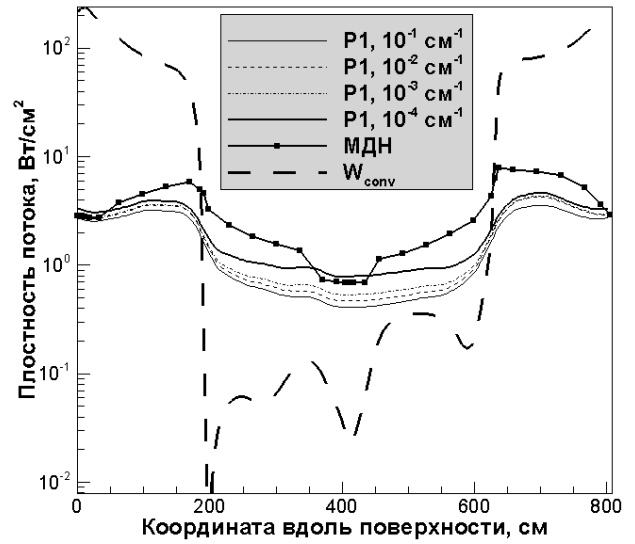


Рис. 7:  $W_{rad}$  и  $W_{conv}$ , Вт/см<sup>2</sup>, трехмерный случай обтекания космического аппарата типа Pathfinder. Кривая с квадратными маркерами - метод дискретных направлений, длинная пунктирная кривая - метод дискретных направлений,  $P_1$  приближение: сплошная тонкая кривая -  $\kappa_{max} = 10^{-1}$  см<sup>-1</sup>, пунктирная кривая -  $\kappa_{max} = 10^{-2}$  см<sup>-1</sup> штрих-пунктирная кривая -  $\kappa_{max} = 10^{-3}$  см<sup>-1</sup> толстая сплошная кривая -  $\kappa_{max} = 10^{-4}$  см<sup>-1</sup>.

ство корней полинома Лежандра. В теории, использование  $N$  точек, соответствующим корням полинома Лежандра, дает  $2N - 1$  порядок точности интегрирования.

Другим путем увеличения эффективности метода дискретных направлений является ускорение интерпретации газодинамических и химических данных с расчетной сетки, на которой решались уравнения Навье-Стокса на расчетную сетку метода дискретных направлений. В данной главе реализована идея об использовании информации о предыдущем соседе расчетной сетки метода дискретных направлений. Конкретная реализация алгоритма приводит к оценке размеров области для поиска в окрестности предыдущего узла сетки.

Величины конвективно-кондуктивного и интегрального радиационного потоков представлены на Рис. 8а, 8б и 8с. Результаты соответствуют

расчетам высоте траектории 61, 71 и 81 км. Температура поверхности КА считалась постоянной и равной 1000 К. Очевидно, что радиационный поток на расстоянии 0.2 м от передней критической точки пренебрежимо мал. В верхних слоях атмосферы радиационный поток составляет 36.38 Вт/см<sup>2</sup> и 29.13 Вт/см<sup>2</sup>. В нижней точке траектории (61 км) радиационный поток достигает своего пика 38.61 Вт/см<sup>2</sup>. Конвективный тепловой поток возрастает от 110 до 320 Вт/см<sup>2</sup> при спуске. В точке максимальной тепловой нагрузки (61 км) радиационный поток составляет примерно 20.31 % от конвективного потока.

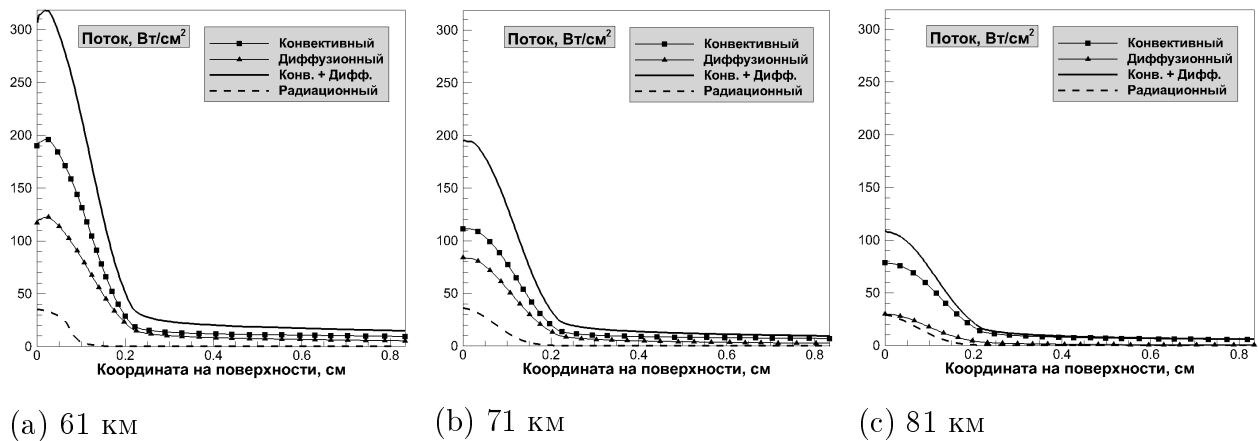


Рис. 8: Распределение конвективного  $q_{conv}$  и радиационного  $q_{rad}$  плотности потока к поверхности космического аппарата RAM-C II для трех точек траектории, Вт/см<sup>2</sup>.

Значение плотности конвективного потока в передней критической точке, полученное разными авторами при использовании другим численных моделей и скоростей химических реакций представлены в Табл. 6. Разброс данных можно объяснить прежде всего сильной зависимостью результатов от выбранной кинетической модели и характером граничных условий на поверхности КА. Отметим, что несмотря на достаточно сильный разброс, полученное в данной работе значение потока находится в интервале других теоретических данных. В представленных расчетах радиационный поток составляет примерно 17-20 % от конвективных потоков, что хорошо согласуется с теоретическими данными для других возвращаемых аппаратов.

Применение квадратур Гаусса с использованием  $N = 150$  точек интегрирования для решения уравнения переноса излучения вдоль выбранного направления позволяет сократить количество точек интегрирования в 5.33 и 4.92 раза по сравнению с интегрированием методом трапеций в зависимости от подробности расчетной сетки. Совместное применение квадратур

Источник	Химическая модель	Конвективный поток, Вт/см <sup>2</sup>
Настоящий расчет	Park	191
Candler, MacCormack [10]	Park & Wray	250
Sobrie et al. [11]	Park	96
Tchuen, Zeitoun [12]	Park	102

Табл. 6: Сравнение плотности конвективного потока к поверхности космического аппарата RAM-C II для точки траектории 71 км с другими теоретическими работами. Гаусса и оптимизированного алгоритма поиска ближайшего соседа позволяет достичь прироста эффективности в один – два порядка на типичных расчетных сетках по сравнению с общепринятой реализацией метода дискретных направлений.

В **заключении** сформулированы основные результаты, полученные в работе, отражающие ее научную новизну и практическую значимость.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Разработан программный код для моделирования течения вязкого, физически и химически неравновесного излучающего газа в окрестности тел обтекаемой формы. Проведены расчеты конвективных и радиационных потоков на поверхности космического аппарата при гиперзвуковом входе в атмосферу Земли. Результаты сопоставлены с экспериментальными летными данными и другими теоретическими исследованиями. Получено хорошее совпадение.
2. Проведены расчеты переноса селективного излучения к поверхности космического аппарата в атмосфере Марса в  $P_1$  приближении метода сферических гармоник. Селективная плотность радиационного потока сопоставлена с методом дискретных направлений. Сделана оценка точности и эффективности  $P_1$  приближения для групп разной оптической толщины.
3. Разработан программный код для моделирования переноса излучения в двух- и трехмерных геометриях на неструктурированных сетках. Реализованы явная и неявная численные схема метода конечных объемов. Проведены многомерные расчеты переноса излучения в  $P_1$  приближении метода сферических гармоник для космического

аппарата в атмосфере Марса. Продемонстрирована эффективность предложенного подхода.

4. Усовершенствована эффективность метод дискретных направлений применительно к расчетам селективного радиационного нагрева поверхности космического аппарата. Предложен новый алгоритм поиска ближайшего соседа и применены квадратуры высокого порядка для численного решения уравнения переноса излучения. Получено существенное увеличение эффективности по сравнению с первоначальной формулировкой метода дискретных направлений.

## СПИСОК ЦИТИРУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Grantham W. L. Flight results of a 25000-foot-per-second reentry experiment using microwave reflectometers to measure plasma electron density and standoff distance: Tech. Report: NASA-TN-D-6062: NASA, 1970.
2. Huang P., Coakley T. An implicit Navier-Stokes code for turbulent flow modeling // AIAA Materials Specialist Conference-Coating Technology for Aerospace Systems. 1992.
3. Jeans J. The Equations of Radiative Transfer of Energy // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1917. Vol. 78. P. 28–36.
4. Суржиков С.Т. Тепловое излучение газов и плазмы. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 544 с.
5. Чандрасекхар С. Перенос лучистой энергии. М.: Изд-во иностранной литературы, 1953. 432 с.
6. Conrad R, Raizer Yu P, Surzhikov ST. Continuous optical discharge stabilized by gas flow in weakly focused laser beam // AIAA journal. 1996. Т. 34, № 8. С. 1584–1588.
7. Суржиков С.Т. Метод расчета сверхзвукового обтекания сферы на основе AUSM конечно-разностных схем // Вестник МГТУ им. НЭ Баумана. Сер. «Машиностроение». 2005. № 3. С. 7–33.

8. Prediction and validation of Mars Pathfinder hypersonic aerodynamic database / P. A. Gnoffo, R. D. Braun, K. J. Weilmuenster et al. // Journal of spacecraft and rockets. 1999. Vol. 36, no. 3. P. 367–373.
9. Mars Pathfinder entry temperature data, aerothermal heating, and heatshield material response / F. S. Milos, Y.-K. Chen, W. M. Congdon et al. // Journal of Spacecraft and Rockets. 1999. Vol. 36, no. 3. P. 380–391.
10. Candler V. G., MacCormack W. R. The Computation of Hypersonic Ionized Flows in Chemical and Thermal Nonequilibrium // 26th AIAA Aerospace Sciences Meeting. 1988.
11. Soubrie T., Rouzaud O., Zeitoun D. E. Computation of weakly multi-ionized gases for atmospheric entry using an extended Roe scheme // ONERA: Tire a Part. 2004. no. 155. P. 1–19.
12. Tchuen G. Effects of chemistry in nonequilibrium hypersonic flow around blunt bodies // Journal of Thermophysics and heat Transfer. 2009. Vol. 23. p. 433.

## СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Andrienko D.A., Surzhikov S.T., Shang J.S. “Spherical Harmonics Method Applied to the Multi-Dimensional Radiation Transfer Equation”, Computer Physics Communications, Vol 184, No 10, 2013, pp. 2287-2298.
2. Andrienko D. A., Surzhikov S.T. “ $P_1$  approximation applied to Radiative heating of Descent Spacecraft”, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol 49, No 6, 2012, pp. 1088-1098.
3. Andrienko D.A., Surzhikov, S.T. “The unstructured two-dimensional grid-based computation of selective thermal radiation in CO<sub>2</sub>-N<sub>2</sub> mixture flows,” Journal of High Temperature, Vol 50, No 4, 2012, pp. 545-555.
4. Андриенко Д.А., Суржииков С.Т. Сравнение решений уравнения переноса излучения методом сферических гармоник и методом дискретных направлений для сложной криволинейной геометрии Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана, сер. Машиностроение, 2010, № 3, с. 15-30.

5. Андриенко Д.А. Решение уравнение переноса излучения в P1-приближении метода сферических гармоник **Тепловые процессы в технике**, 2009, Т. 11, № 11, с. 477-483
6. Andrienko D.A., Surzhikov S.T. "Solving the two dimensional Poisson equation with nonlinear iterational method // Electronic journal "Physical and chemical kinetics" of MSU, vol. 7, 2008.
7. Andrienko D.A., Surzhikov S.T. "The heat transfer equation formulated through the P1-approximation of spherical harmonics method for nonscattering media," Electronic journal "Physical and chemical kinetics" of MSU, vol. 9, 2010.
8. Андриенко Д.А., Суржииков С.Т. Уравнение переноса излучения в P1-приближении метода сферических гармоник для двумерной осесимметричной криволинейной геометрии Препринт института проблем механики № 930, 2010, 65 с.
9. Shang J.S., Andrienko D.A., Surzhikov S.T., Huang P.G., "An efficient computational approach to hypersonic nonequilibrium radiation utilizing Gaussian Quadrature and Space Partition", accepted for presenting on 44th AIAA Thermophysics Conference, San Diego, CA, June 2013.
10. Andrienko D.A., Shang, J.S., Huang, P.G., Katta, V.R., "Compressible counter-flowing hydrogen-air combustion," 51st AIAA meeting, Dallas, TX, January 2013.
11. Andrienko D.A., Surzhikov, S.T., Shang, J.S., "Three-dimensional Radiative Heating of Descent Space Vehicle Based on Spherical Harmonics Method with Unstructured Grids," 50 AIAA meeting, Nashville, TN, January 2012.
12. Andrienko D.A., Surzhikov S.T. "Models of spectral radiation heat transfer for Martian space vehicles," Proceedings of 7th International Planetary Probe Workshop (on CD), 2010, Barcelona, Spain, 12-18 June.
13. Surzhikov S.T., Andrienko D.A. "Aerothermodynamics of descent space vehicles at strong coupled radiative-gasdynamic interaction," Proceedings of 7th International Planetary Probe Workshop (on CD), 2010, Barcelona, Spain, 12-18 June.
14. Андриенко Д.А., Суржииков С.Т. Дискретизация уравнения переноса излучения в цилиндрической геометрии Сборник трудов 3й школы-семинара "Аэрофизики и физическая механика классических и квантовых систем 2009



15. Андриенко Д.А. Перенос излучения в нерассеивающей среде труды XVII школы-семинара молодых учёных и специалистов "Проблемы газодинамики и тепломассообмена в аэрокосмических технологиях" в 2 т. – М. : МЭИ, 2009 Т. 2, с. 172-175.
16. Andrienko D.A., Surzhikov S.T. "Two-dimensional radiation heat transfer to Martian space vehicle," Proceedings of the 3rd International Workshop on Radiation of High Temperature Gases in Atmospheric Entry, 2009, October 3-7, Iraklion, Greece.
17. Андриенко Д.А., Суржиков С.Т. Решение уравнение переноса излучения в нерассеивающей среде методом сферических гармоник// Сборник трудов 2й школы-семинара "Аэрофизики и физическая механика классических и квантовых систем 2008, с. 172-175.
18. Андриенко Д.А., Суржиков С.Т. Решение двумерного уравнения Пуассона нелинейным итерационным методом Сборник трудов школы-семинара "Аэрофизики и физическая механика классических и квантовых систем 2007, с 227-230.
19. Andrienko D.A., Surzhikov S.T. "Radiative heating of Martian space vehicle at crucial points of trajectory," 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Orlando, Florida, USA, 2011, 4 - 7 January.

**Личный вклад автора** в работах, опубликованных в соавторстве с научным руководителем, заключается в программной реализации моделей радиационного переноса, химических и физических моделей неравновесности в слабо ионизованной воздушной плазме, разработке численных методов решения уравнений сохранения электромагнитной энергии на структурированных и неструктурированных стеках, разработке концепций программ, отладке и тестирования программных кодов.

Автором лично создан программный код для расчета физических и химических параметров гиперзвукового потока, программный код для расчета объемного поля излучения и интегральной плотности потока к поверхности космических аппаратов различной формы, а также построены неструктурированные расчетные сетки с помощью сторонних приложений, проведены расчетные исследования аэротермодинамики и радиационной газовой динамики спускаемых аппаратов, анализ результатов и их сопоставление с экспериментальными и другими расчетными данными.

Постановка задач и разработка математических моделей радиационного переноса проводились совместно с научным руководителем С.Т. Суржиковым.

Андриенко Даниил Александрович

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МОДЕЛИ  
РАДИАЦИОННОЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ  
ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ГАЗОВЫХ ПОТОКОВ**

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

01.02.05 — Механика жидкости, газа и плазмы

Подписано к печати 24 октября 2013 г. Заказ № 33-2013. Тираж 100 экз.

---

Отпечатано на ризографе Учреждения Российской академии наук  
Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН  
119526, Москва, проспект Вернадского д.101, корп.1