

ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертационную работу Шумиловой Владлены Валерьевны
**«Эффективные динамические характеристики микронеоднородных сред
с диссипацией»**, представленную на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук по специальности
01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

Для решения широкого круга задач, возникающих в связи с потребностями современного машиностроения, строительства, авиационной и ракетно-космической техники, биомеханики и разведочной геофизики, требуется определение динамических характеристик микронеоднородных сред, состоящих из чередующихся объемов двух или более веществ (фаз) с разными реологическими свойствами. Во многих случаях их численный расчет приводит к настолько большому объему вычислений, что его проведение даже на современных компьютерах вызывает затруднение. В связи с этим для получения информации о макроскопическом поведении таких сред находят их эффективные динамические характеристики при помощи соответствующих эффективных (усредненных) сред. Следует отметить, что анализ их зависимости от геометрических и физических характеристик отдельных фаз позволяет более глубоко понять поведение микронеоднородных сред при нагружении и, в частности, широко используется при разработке композиционных материалов с требуемыми свойствами.

Всё вышесказанное свидетельствует об *актуальности* темы диссертационной работы В.В. Шумиловой, посвященной определению эффективных динамических характеристик микронеоднородных сред с диссипацией, обусловленной вязкостью и/или последствием хотя бы одной из их фаз.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы.

Введение посвящено обоснованию актуальности темы диссертации, здесь сформулированы цель и научная новизна работы, приводится обзор основных работ по тематике данного исследования.

В *первой главе* исследуются колебания неоднородных сред с периодической микроструктурой, состоящих из двух разных вязкоупругих материалов или из упругого и вязкоупругого материала. Рассмотрены три типа вязкоупругих материалов в зависимости от вида тензоров их ядер релаксации. Выписаны системы уравнений акустики для указанных сред. С помощью исследования поведения их решений выведены и строго обоснованы системы усредненных уравнений, описывающие колебания однородных вязкоупругих материалов с памятью.

Во *второй главе* сначала исследуются колебания неоднородных сред с периодической микроструктурой, состоящих из твердых материалов и сжимаемой

жидкости – вязкой или слабвязкой. С помощью исследования поведения решений систем уравнений акустики выведены и строго обоснованы системы усредненных уравнений акустики. Показано, что если жидкость – вязкая, то они состоят из трех интегро-дифференциальных уравнений и соответствуют однородным вязкоупругим средам, обладающим не только вязкостью, но и памятью, а если жидкость – слабвязкая, то они состоят из четырех интегро-дифференциальных уравнений и соответствуют модифицированной среде Био.

В этой же главе выведены и обоснованы системы усредненных уравнений акустики для неоднородных сред, состоящих из сплошного твердого материала и насыщенного вязкой или слабвязкой жидкостью пористого твердого материала.

В *третьей главе* рассматриваются усредненные модели двухфазных плоскостойких сред с диссипацией, у которых одна фаза – упругий или вязкоупругий материал, а другая фаза – вязкоупругий материал или вязкая жидкость. Показано, что для таких сред решения стационарных и эволюционных задач на ячейке периодичности находятся в явном виде. Благодаря этому найдены компоненты тензоров модулей упругости и коэффициентов вязкости усредненных сред, а также получены формулы, выражающие компоненты тензоров регулярных частей ядер релаксации усредненных сред через решения вспомогательных рациональных уравнений и систем линейных уравнений.

В *четвертой главе* сначала подробно описывается структура спектров одномерных собственных колебаний изотропных вязкоупругих материалов трех типов. Установлено, что во всех случаях спектры состоят из корней рациональных уравнений. Далее на основе полученных результатов и результатов из третьей главы исследованы спектры одномерных собственных колебаний усредненных сред, соответствующих двухфазным слоистым средам с диссипацией. В том случае, когда собственные колебания перпендикулярны слоям, выведены трансцендентные уравнения, из корней которых состоят спектры одномерных собственных колебаний слоистых сред. Для композита, состоящего из упругих и вязкоупругих слоев, и соответствующего ему усредненного материала приведены результаты численного расчета точек их спектров и оценена степень их близости.

В *пятой главе* результаты, полученные в третьей главе, используются для вывода формул для вычисления приближенных значений комплексных амплитуд отраженной и прошедшей волн при нормальном падении монохроматической плоской звуковой волны на границы двухфазных слоистых сред с диссипацией, занимающих полупространство или полосу. Показано, что для слоистых сред, состоящих из конечного числа слоев, точные значения комплексных амплитуд находятся с помощью решения системы линейных уравнений, число которых пропорционально числу слоев. Проведено численное исследование частотной зависимости приближенных значений

изменений уровня интенсивности звуковой волны при прохождении ее через полосу композита, состоящего из упругих и вязкоупругих слоев. Для этого же композита приведены результаты численного расчета относительной погрешности приближенных значений амплитуды прошедшей волны.

Достоверность научных положений и выводов диссертационной работы основывается на корректности математических моделей, использовании строгих математических методов, сравнением отдельных полученных результатов с известными результатами других авторов.

Практическая значимость работы состоит в возможности использовать полученные результаты для приближенного расчета напряженно-деформированного состояния и динамических характеристик двухфазных естественных и искусственных гетерогенных сред с диссипацией, а также для верификации численных методов исследования их динамического поведения.

Наиболее существенными новыми результатами, полученными лично автором диссертации, являются:

1. Разработан подход к выводу строго обоснованных усредненных уравнений акустики для широкого класса неоднородных сред с периодической микроструктурой, состоящих из вязкоупругих или из упругого и вязкоупругого материалов.

2. Выведены строго обоснованные усредненные уравнения акустики для неоднородных сред с периодической микроструктурой, состоящих из вязкоупругих материалов и вязкой или слабовязкой сжимаемой жидкости.

3. Найденны компоненты тензоров модулей упругости и коэффициентов вязкости усредненных сред для двухфазных слоистых сред с диссипацией, а также формулы для нахождения компонентов тензоров их регулярных частей ядер релаксации.

4. Выведены трансцендентные и рациональные уравнения для расчета точек спектров одномерных собственных колебаний двухфазных слоистых сред с диссипацией и соответствующих им усредненных сред.

5. Исследовано асимптотическое поведение точек спектров одномерных собственных колебаний двухфазных слоистых сред с диссипацией при неограниченном уменьшении величины периода. Установлено, что пределы этих спектров по Хаусдорфу равны объединению спектров одномерных собственных колебаний соответствующих усредненных сред и непустых конечных множеств. Отмечено, что для упругих сред без диссипации таких непустых множеств не возникает.

6. Проведен численный расчет точек спектров одномерных собственных колебаний слоистого композита и усредненного материала. Показано, что увеличение числа слоев композита приводит к быстрому сближению точек этих спектров и, в

частности, к быстрому сближению собственных частот одномерных колебаний композита и усредненного материала.

7. Получены приближенные формулы и системы линейных уравнений для расчета комплексных амплитуд отраженных и прошедших волн при прохождении плоских звуковых волн через границы двухфазных слоистых сред с диссипацией.

8. Проведен численный расчет точных и приближенных значений амплитуды прошедшей волны на примере слоистого композита и установлено, что увеличение числа его слоев приводит к быстрому их сближению. Также отмечено, что наибольшие их отклонения друг от друга принимаются вблизи собственных частот одномерных колебаний композита и усредненного материала.

Основные результаты диссертации нашли отражение в 35 опубликованных научных работах, в том числе в 22 статьях в авторитетных российских и международных научных журналах и неоднократно докладывались на международных и всероссийских научных конференциях.

Автореферат диссертации полностью соответствует ее содержанию.

По диссертации имеются следующие *замечания*:

1. Рассмотрены только такие вязкоупругие фазы с памятью, у которых компоненты их тензоров регулярных частей ядер релаксации представлены суммами затухающих экспонент. Между тем ничего не сказано про вязкоупругие материалы с памятью, у которых компоненты указанных тензоров имеют иной вид, например, являются дробно-экспоненциальными функциями Работнова или ядрами Ржаницына.

2. Во второй главе при выводе усредненных уравнений акустики для среды, состоящей из твердого материала и слабовязкой жидкости, используется предположение о связности как твердой, так и жидкой фазы. Вполне естественно ожидать, что усредненные уравнения будут выведены для подобных сред и в том случае, когда одна или обе их фазы несвязны, однако этого нет.

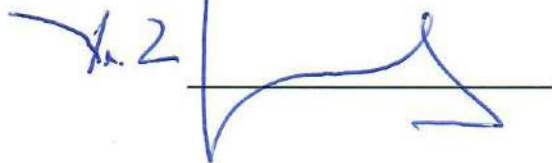
3. Нет проверки выполнения условий неотрицательности свободной энергии и работы, затрачиваемой на деформацию из начального состояния усредненных сред, соответствующих двухфазным слоистым средам с диссипацией, рассматриваемых в третьей главе.

Перечисленные замечания не снижают научной ценности и общей высокой оценки диссертационной работы. В целом представленные в работе результаты носят законченный характер, материал диссертации изложен грамотно и ясно.

Диссертация «Эффективные динамические характеристики микронеоднородных сред с диссипацией» является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержатся теоретические положения, совокупность которых можно классифицировать как научное достижение в области исследования динамики микронеоднородных сред с диссипацией, являющейся современным и перспективным

направлением механики деформируемого твердого тела. Работа соответствует всем квалификационным требованиям ВАК РФ, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор Шумилова Владлена Валерьевна заслуживает присуждения ей ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела.

Официальный оппонент,
доктор физико-математических наук,
профессор, директор Института проблем машиностроения РАН



Ерофеев Владимир Иванович
2 сентября 2019 года

603024, г. Нижний Новгород, ул. Белинского, 85, Институт проблем машиностроения РАН

Телефон: +7 (831) 432-05-76

E-mail: erof.vi@yandex.ru

Подпись Ерофеева Владимира Ивановича удостоверяю:

Ученый секретарь ИПМ РАН,
к.т.н., доцент



Е.А. Мотова