

## **ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА**

### **на диссертационную работу Мещеряковой Альмиры Рифовны «КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ И НАКОПЛЕНИЕ УСТАЛОСТНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ ПРИ КАЧЕНИИ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ»,**

**представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела.**

Развитие современных видов транспорта, машиностроительной, аэрокосмической, судостроительной, автомобильной, авиационной и многих других отраслей промышленности диктуют все более высокие требования к точности расчетов напряженно-деформированного состояния элементов конструкции в условиях контактного взаимодействия. Одними из наиболее сложных и наименее исследованных контактных задач являются задачи с учётом силы трения и накопления усталостных повреждений при качении деформируемых тел. Исследованию этих актуальных и важных как в фундаментальном, так и в прикладном отношении задач и посвящена тематика рассматриваемой диссертационной работы. Построение и реализация методов и подходов к решению дополнительно осложнены учётом тонкого промежуточного слоя и влияния свойств промежуточной среды на контактные характеристики и скорость накопления усталостных повреждений в подповерхностных слоях материалов взаимодействующих тел в условиях трения качения. Поэтому считаю, что диссертационная работа Мещеряковой Альмиры Рифовны, посвящённая разработке методов решения контактных задач о качении жестких и деформируемых тел при наличии промежуточного слоя с учётом основных механизмов трения и накопления повреждений, а также анализу влияния свойств промежуточной среды на контактные характеристики, несомненно **имеет актуальное и важное значение** для развития механики деформируемого твёрдого тела. Рассмотренные в ней

задачи, разработанные и реализованные методы и подходы к решению находятся на переднем крае современной механики контактного взаимодействия.

Диссертационная работа состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы.

**Во введении** проведён хороший обстоятельный обзор современного состояния исследований в области механики контактного взаимодействия в условиях трения качения, при учёте вязкоупругих свойств контактирующих тел, сил молекулярного взаимодействия и накопления усталостных повреждений. Также здесь сформулированы основные цели и задачи диссертационного исследования, обоснована его научная новизна, достоверность, практическая значимость. Описаны основные методы исследования и положения, выносимые на защиту.

**Первая глава** посвящена исследованию процесса качения жёсткой сферы по вязкоупругому слою, сцепленному с жёстким полупространством. Механическое поведение вязкоупругого слоя описывается моделью Кельвина. Приведена математическая постановка задачи, предложен подход к решению, основанный на методе полос. При этом область контакта аппроксимируется системой тонких полос, примыкающих друг к другу. Для каждой полосы решается плоская задача об определении контактных напряжений. Данный метод позволяет решать систему плоских задач вместо исходной пространственной задачи. Так как в модели Кельвина нормальные и касательные напряжения независимы друг от друга, появляется возможность решения задачи сначала относительно контактного давления, а затем относительно распределения касательных напряжений. С учётом того, что нормальные перемещения в области контакта совпадают с перемещениями поверхности сферы и предположения о том, что распределение контактного давления в пределах одной полосы зависит лишь от одной пространственной координаты, задача о нахождении контактного давления сводится к решению обыкновенного дифференциального уравнения для каждой тонкой полосы,

аппроксимирующей часть области контакта. Граничным условием при этом является условие равенства нулю нормального давления на передней границе полосы, координата которой находится из условия равенства нулю нормального перемещения. Координата расположения задней границы полосы определяется численно из условия равенства нулю нормального давления. Далее решается задача об определении касательных напряжений в области контакта. В процессе решения этой задачи, определяются области жесткого сцепления и проскальзывания. В этих областях касательные перемещения подчиняются соответствующим уравнениям. В области жесткого сцепления используется дифференциальное уравнение, вытекающее из равенства скоростей точек поверхностей сферы и слоя. В области проскальзывания справедливо дифференциальное уравнение модели Кельвина с учётом закона трения Амонтона-Кулона и уже найденного на первом этапе решения распределения контактного давления. Для определения границ подобластей сцепления и проскальзывания использованы условия непрерывности касательных перемещений и напряжений на границах этих подобластей. В результате получено решение задачи о качении сферы по поверхности вязкоупругого слоя, определена конфигурация подобластей сцепления и проскальзывания при разных значениях отношения времён последствия и релаксации материала вязкоупругого слоя, числа Деборы, относительного продольного проскальзывания и коэффициента трения скольжения. В этой же главе рассмотрена задача качения сферы по вязкоупругому слою с учётом сил межмолекулярного взаимодействия (адгезионных сил), которые также являются одной из причин сопротивления движению. Для описания сил адгезионного взаимодействия использован потенциал Ленарда-Джонса. Для построения решения этой задачи также использован метод полос. Проведён анализ влияния сил межмолекулярного взаимодействия на контактные характеристики. Выявлено, что основной вклад в силу трения качения в области контактного взаимодействия вносит адгезионный механизм трения.

**Во второй главе** рассмотрена задача о качении упругой сферы по вязкоупругому слою, сцепленному с упругим полупространством. Для описания механического поведения вязкоупругого слоя использовано несколько моделей. В первом случае податливость слоя в нормальном направлении описывается степенной функцией (в одном частном случае она соответствует модели Винклера), а для моделирования механического поведения слоя в касательном направлении используется модель Кельвина. Во втором случае полагается, что промежуточный вязкоупругий слой не сопротивляется смятию в нормальном направлении, а его механическое поведение в касательном направлении моделируется с помощью тела Максвелла. Полагается, что нормальные напряжения на поверхности вязкоупругого слоя совпадают с нормальными напряжениями на границе упругого полупространства. Для их определения, с учётом осесимметричного характера распределения, использовано двумерное интегральное уравнение связи нормальных перемещений и напряжений на границе слоя или полупространства. Решение этого уравнения строится с использованием метода последовательных приближений. Затем решается задача о нахождении касательных напряжений. Для этого использован подход, разработанный в первой главе, основанный на методе полос. В этой же главе рассмотрена задача качения с учётом продольного и бокового проскальзывания и вращения. При этом полагается, что вязкоупругий слой не сопротивляется смятию в нормальном направлении, а его механическое поведение в касательном направлении описывается с помощью тела Максвелла. В такой постановке делается предположение о том, что контактное давление может быть рассчитано на основании решения Герца и основная задача состоит в определении касательных напряжений. Для её решения использован вариационный метод, при котором задача сводится к поиску минимума функционала, построенного с учётом граничных условий для напряжений и перемещений в области контакта. Численное решение вариационной задачи получено с помощью метода проекции градиента. Исследовано влияние

относительных продольного и бокового проскальзывания и относительного верчения, а также коэффициента трения скольжения на расположение подобластей сцепления и проскальзывания в области контакта.

**Третья глава** посвящена исследованию скорости накопления контактно-усталостных повреждений в условиях трения качения упругой сферы по вязкоупругому поверхностному слою, связанному с упругим полупространством. Рассматривается циклическое качение упругой сферы по вязкоупругому слою. Для анализа напряженного состояния упругого полупространства используются полученные в предыдущей главе контактные нормальные и касательные напряжения с учетом сдвиговой податливости промежуточного слоя, по которым определяются поля внутренних напряжений в приповерхностных слоях материала и оцениваются места концентрации максимальных касательных напряжений. Для расчета внутренних напряжений в полупространстве используется дискретизация области его поверхности с помощью граничных элементов, имеющих форму квадрата. При этом внутренние напряжения связаны с поверхностными интегральными соотношениями, ядрами интегральных операторов в которых являются решения Буссинеска и Черрути для нормальной и касательной сосредоточенной силы соответственно. На основании принципа суперпозиции, искомое решение получается суммированием вкладов каждого граничного элемента. Поврежденность материала в определённой точке характеризуется функцией поврежденности, зависящей от максимальных касательных напряжений и свойств материала. В результате проведён анализ напряжённого состояния упругого полупространства в условиях трения качения упругих тел с одинаковыми упругими постоянными при наличии промежуточной вязкоупругой среды. Рассчитано напряжённое состояние в упругом полупространстве под вязкоупругим слоем и определено расположение областей с максимальными растягивающими и сжимающими напряжениями. Исследовано влияние относительного продольного и бокового проскальзывания и относительного верчения, а также коэффициента трения

скольжения на места концентрации внутренних напряжений в подповерхностных слоях полупространства. Разработан метод расчёта скорости накопления контактно-усталостных повреждений в упругом полупространстве в условиях трения качения с проскальзыванием при наличии промежуточного слоя. Проведён анализ влияния свойств промежуточного слоя на скорость накопления контактно-усталостных повреждений в упругом полупространстве.

**В заключении** описаны основные результаты и выводы.

Таким образом, в диссертационной работе разработаны **оригинальные** методы, алгоритмы и построены решения ряда новых контактных задач о качении с проскальзыванием жёсткой и деформируемой сферы по вязкоупругому слою, связанному с жестким или деформируемым полупространством. Проведён широкий параметрический анализ влияния толщины и механических характеристик промежуточного слоя, относительного проскальзывания, адгезионных сил, скорости качения на процесс контактного взаимодействия. Разработан и реализован алгоритм расчёта скорости накопления контактно-усталостных повреждений в упругом основании при циклическом качении упругой сферы по вязкоупругому слою, сцепленному с упругим полупространством. Всё это позволяет судить о **высокой степени новизны данной работы.**

**Достоверность** полученных результатов не вызывает сомнений, поскольку в постановках задач использованы известные, апробированные и хорошо зарекомендовавшие себя математические модели. Все результаты научной работы получены с использованием корректных аналитических и численно-аналитических методов. Кроме того, для частных случаев, проведено сравнение полученных решений с решениями, полученными другими авторами с помощью аналитических методов и метода конечных элементов.

**Обоснованность научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации,** основывается на использовании строгих

математических методов, проведении широких параметрических исследований решений поставленных задач, а также на совпадении полученных результатов с известными для частных случаев.

**Практическая значимость работы** состоит в возможности применения полученных результатов к оценке влияния свойств тонких вязкоупругих промежуточных слоёв на характеристики фрикционного взаимодействия в условиях трения качения, выборе смазочных материалов в подшипниках качения, исследований процессов накопления повреждений в системе «колесо-рельс», что особенно актуально в связи с бурным развитием высокоскоростного железнодорожного транспорта.

**В качестве замечаний по диссертационной работе следует указать:**

1. Утверждение о том, что метод полос в данной постановке даёт точное решение (стр. 28 и стр. 49) не совсем верно. Всё-таки здесь использована приближённая аппроксимация области контакта и искомых напряжений. Правильнее было бы сказать, что предложенный метод даёт возможность построения аналитического решения, сходящегося в пределе к точному решению исходной задачи.
2. Принятое условие равенства нулю нормальных перемещений точек вязкоупругого слоя на передней границе области контакта (формула 1.19) требует дополнительного пояснения, поскольку в этих же точках используется условие равенства нулю контактных напряжений. В случае равенства нулю нормальных перемещений их производная по координате  $x$  терпит разрыв первого рода, что приводит к разрыву в напряжениях. Таким образом, при стремлении к границе изнутри области напряжения могут оказаться не равными нулю.
3. Не достаточно полно описан алгоритм решения задачи с учётом адгезии в части определения положения границ области

механического и адгезионного контакта. Также следовало бы более подробно описать процедуру определения области интегрирования в уравнении (2.4).

4. Следовало бы указать число полос, используемых при аппроксимации области контакта (глава 1, 2), а также число граничных элементов, использованных при построении решения во внутренних точках полупространства (глава 3). Неплохо было бы привести данные о практической сходимости по числу полос и числу граничных элементов.

Приведенные замечания имеют рекомендательный характер, не снижают общей положительной оценки работы и не ставят под сомнение достоверность и обоснованность полученных в ней новых научных результатов. Автореферат диссертации в полной мере отражает содержание работы и хорошо оформлен.

### **Заключение**

Диссертационная работа Мещеряковой Альмиры Рифовны является законченной научно-квалификационной работой, обладающей новизной, достоверностью, высокой степенью научной значимости. Работа выполнена на высоком уровне, а полученные автором научные результаты имеют существенное значение для развития механики деформируемого твёрдого тела.

Диссертация отвечает всем критериям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, установленным положением «О порядке присуждения учёных степеней» (постановление Правительства РФ №842 от 24.09.2013 г.), автореферат в полной мере отражает содержание проведённых научных исследований. Автор диссертации, Мещерякова Альмира Рифовна,



заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела.

Официальный оппонент

кандидат физико-математических наук,  
доцент ФГБОУ ВО «Московский  
авиационный институт (национальный  
исследовательский университет)» (МАИ)

Федотенков  
Григорий  
Валерьевич

Адрес: 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4.

Телефон: +7-916-459-83-63.

E-mail: [greghome@mail.ru](mailto:greghome@mail.ru).

Подпись к.ф.-м.н., доцента Федотенкова Г.В. заверяю.

Директор Дирекции

Института № 9 «Общеинженерной подготовки»

ФГБОУ ВО «Московский

авиационный институт (национальный

исследовательский университет)»

д.ф.-м.н., профессор



Рабинский Л.Н.