

На правах рукописи

**Брызгалов Андрей Иванович**

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ  
НЕРАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЫ В  
ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ПЛАЗМОТРОНЕ**

Специальность 01.02.05 —  
«Механика жидкости, газа и плазмы»

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва — 2022

Работа выполнена в Институте проблем механики им. А.Ю.Ишлинского Российской академии наук.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук  
**Якуш Сергей Евгеньевич**

Официальные оппоненты: **Смирнов Николай Николаевич**,  
доктор физико-математических наук,  
профессор,  
МГУ имени М.В. Ломоносова,  
заместитель декана факультета, зав. лаб.  
волновых процессов

**Киверин Алексей Дмитриевич**,  
доктор физико-математических наук,  
ОИВТ РАН,  
зав. лаб. вычислительной физики

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное  
учреждение науки Физико-технический  
институт им. А.Ф. Иоффе Российской ака-  
демии наук

Защита состоится 6 октября 2022 г. в 15:00 часов на заседании дис-  
сертационного совета Д 002.240.01 при ФГБУН Институт проблем  
механики им. А.Ю. Ишлинского РАН по адресу: 119526, г. Москва,  
проспект Вернадского, д. 101, корп. 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ИПМех  
РАН <https://ipmnet.ru/files/diss/2022/4/Bryzgalov-diss.pdf>.

Автореферат разослан «    » сентября 2022 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
Д 002.240.01,  
к-т физ.-мат. наук

Сысоева Елена Ярославовна

## Общая характеристика работы

### Актуальность темы.

Одним из ключевых вопросов создания аэрокосмической техники является разработка теплозащитных покрытий. Перед конструкторами стоят сложные задачи обеспечения требуемых эксплуатационных характеристик тепловой защиты, снижения веса теплозащитного покрытия, уменьшения его стоимости, повышения надежности.

Хотя космонавтика развивается с 60-х годов XX-го века, по-прежнему актуальной остается задача создания материалов, выдерживающих высокие температуры на поверхности. При создании новых и перспективных материалов экспериментальным путем определяют термостойкость и каталитические свойства материалов. Наиболее близкие к реальным условиям испытания на термостойкость проводятся в высокоэнтальпийных установках – плазмотронах. Испытываемый образец нагревается в струе плазмы в течение заданного времени, которое может достигать десятков минут. Соответствие реальным условиям при входе в атмосферу обеспечивается выбором, давления, температуры, химического состава и расхода газа в набегающей струе плазмы, обеспечивающих тепловые потоки к поверхности, соответствующие условиям в передней критической точке тела.

В настоящее время используется два основных типа плазмотронов: электродуговые и индукционные. В электродуговых плазмотронах струя плазмы создается в электрической дуге, недостатком таких установок является загрязнение струи воздушной плазмы ионами катода.

В индукционном плазмотроне воздух в разрядном канале нагревается до состояния плазмы за счет джоулева тепла, выделяемого в высокочастотном электромагнитном поле, создаваемом индуктором. На выходе из разрядного канала поток имеет температуру от 6000 до 10000 градусов. Попадая в барокамеру плазмотрона (напрямую, либо через профилированное сопло), поток плазмы набегаёт на испытываемый образец, моделируя обтекание космического аппарата при входе в атмосферу. Важной особенностью индукционных плазмотронов является отсутствие посторонних примесей в потоке плазмы.

Индукционные плазмотроны созданы как в России, так и во многих странах мира (Германия, Бельгия, Япония). В ИПМех РАН

для научных исследований и испытания теплозащитных материалов на термостойкость и определения их каталитической активности используется уникальная научная установка (УНУ), включающая ВЧ-плазмотроны ВГУ-3 (мощностью 1 МВт) и ВГУ-4 (100 кВт). Эти плазмотроны способны по энтальпии и давлению воспроизводить условия входа в атмосферу Земли на высотах порядка 65 км, что соответствует самому теплонапряженному участку траектории спускаемого аппарата.

Экспериментальные исследования позволяют измерить температуру поверхности образца, а при помощи специальных датчиков – и тепловые потоки от плазмы к поверхности обтекаемого тела. Однако многие важные характеристики теплообмена (например, эффективный коэффициент гетерогенной рекомбинации) не могут быть измерены непосредственно, а должны вычисляться на основе математического моделирования. В областях сильных градиентов у поверхности тела существенную роль играет химическая неравновесность течения, диффузия компонент смеси, в особенности вблизи холодных стенок и при низком давлении. Для высокоэнтальпийных потоков может оказаться существенной и температурная неравновесность плазмы.

В настоящее время применяются различные методы расчета, включая как схемы сквозного счета, так и разбиение области на основное течение и погранслоный участок. В последнем случае основное течение моделируется химически равновесной смесью газов, а пограничный слой рассчитывается вдоль линии торможения с учетом диффузии компонент и конечной скорости химических реакций. Главным преимуществом схем сквозного счета является возможность расчета распределения теплового потока по всей поверхности испытываемого образца. Это позволяет точнее рассчитывать эффективный коэффициент рекомбинации и правильно интерпретировать измеряемый в экспериментах тепловой поток как интегральную, а не локальную, величину. Для покрытий с переменными каталитическими свойствами при этом возможен учет эффекта сверхравновесного нагрева, т.е. повышения тепловых потоков при переходе от низкокatalитических материалов к высококatalитическим.

В силу указанных причин **актуальным** является развитие, валидация и практическое применение вычислительных моделей неравновесной плазмы для условий, характерных для экспериментальных исследований в высокочастотных индукционных плазмотронах.

**Целью** диссертационной работы является численное моделирование течений химически неравновесной плазмы в барокамере мощного индукционного плазмотрона и определение тепловых потоков к поверхности испытываемого образца с учетом ее каталитических свойств.

Для достижения поставленной цели решены следующие **задачи**:

1. Формулировка математической модели течения химически неравновесной плазмы в барокамере индукционного плазмотрона с учетом каталитических свойств поверхности.
2. Программная реализация модели в двумерном осесимметричном коде IPG2D с применением численных схем для расчета дозвуковых и сверхзвуковых течений.
3. Валидация на одномерной задаче о течении за сильной ударной волной блока решения уравнений химической кинетики с учетом неравновесности по колебательным степеням свободы.
4. Модификация расчетной программы Alpha (ИПМех РАН) путем реализации двумерной модели для амплитуды высокочастотного электрического поля, проведение сравнительных расчетов разрядного канала плазмотронов ВГУ-4 и ВГУ-3.
5. Проведение систематических расчетов обтекания воздушной плазмой цилиндрических образцов при различной каталитической активности поверхности для условий экспериментов в плазмотроне ВГУ-4 ИПМех РАН.
6. Валидация программы IPG2D на экспериментальных данных по тепловым потокам к материалам с различной каталитической активностью при обтекании воздушной плазмой.
7. Моделирование обтекания образцов в плазмотроне ВГУ-4 плазмой азота, сравнение с экспериментом рассчитанных тепловых потоков к различным материалам.

### **Научная новизна:**

1. Реализована вычислительная модель течения плазмы, позволяющая проводить расчеты в широком диапазоне параметров плазмы, чисел Маха и каталитичности поверхности.
2. Показано, что одномерная модель электрического поля приемлема для расчетов плазмотрона ВГУ-4, а для мегаваттного плазмотрона ВГУ-3 необходима двумерная модель поля.
3. Впервые проведены расчеты дозвукового течения воздушной плазмы в барокамере плазмотрона ВГУ-4 ИПМех РАН для четырех режимов работы установки и семи типов материала поверхности образца с различной каталитической активностью, а также течений плазмы азота для трех типов материалов поверхности.
4. Впервые получены распределения тепловых потоков по поверхности цилиндрического образца при обтекании потоком дозвуковой плазмы воздуха и азота для условий испытаний материалов в плазмотроне ВГУ-4, включая кондуктивную и рекомбинационную составляющие теплового потока.
5. Показано, что неравномерность распределения теплового потока по поверхности водоохлаждаемого датчика не превышает 5%, что подтверждает правомерность используемой в ИПМех РАН методики испытаний материалов и определения их каталитической активности.
6. Показано, что созданное программное обеспечение позволяет воспроизводить в расчетах тепловые потоки к каталитическим поверхностям со среднеквадратичным отклонением 6.8% для воздуха и 16.5% для азота.

**Практическая значимость** Созданное в диссертационной работе программное обеспечение и полученные на его основе результаты имеют важное прикладное значение, поскольку позволяют осуществлять расчетное сопровождение экспериментов по аэродинамическому нагреву тел в потоках плазмы различных газов. Одним из наиболее существенных аспектов является возможность расчетным путем определять эффективный коэффициент рекомбинации, необходимый при выборе материалов для теплозащитного покрытия космических аппаратов. Разработанная программа позволяет рассчитывать химический

состав на поверхности, что важно при анализе эрозионного разрушения материала. Получаемые в расчетах распределения тепловых потоков вдоль поверхности тела позволяют определить характеристики сверхравновесного нагрева при переходе между участками с разной каталитичностью. Созданное программное обеспечение существенным образом дополнит и обогатит используемые в ИПМех РАН программные средства, сопровождающие эксперименты на плазмотронах ВГУ-3 и ВГУ-4.

**Методология и методы исследования.** Методом исследований являлось численное моделирование течений плазмы на основе механики сплошных сред с учетом химической и температурной неравновесности. Математическая модель основана на системе уравнений Навье-Стокса для смеси газов, многокомпонентная диффузия описывалась системой уравнений Стефана-Максвелла с учетом амбиполярного поля, коэффициенты переноса рассчитывались по полуэмпирической теории, термодинамические свойства компонент задавались по табличным данным. Численное моделирование течения в барокамере плазмотрона проводилось разработанной автором программой IPG2D, реализованной на языке FORTRAN-95. Использовались структурированные декартовы сетки, газодинамические потоки рассчитывались по схеме, применимой в широком диапазоне чисел Маха. Для неравновесной плазмы использовались детальные кинетические схемы с учетом однократной ионизации. Валидация модуля решения кинетических уравнений осуществлена в авторской программе ShockWaveAir на одномерной задаче о релаксационной зоне за сильной ударной волной. Расчеты разрядного канала осуществлялись программой Alpha (ИПМех РАН), в которой автором была реализована двумерная модель электрического поля. Влияние сетки на точность расчета тепловых потоков оценивалось в методических расчетах. Валидация тепловых потоков на поверхности тел с различной каталитической активностью осуществлялась на экспериментальных данных, полученных в ИПМех РАН на плазмотроне ВГУ-4.

## **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Разработана вычислительная модель течений неравновесной плазмы в барокамере индукционного плазмотрона, реализованная в авторской программе IPG2D.
2. Проведена валидация расчетного модуля химической кинетики с учетом колебательной неравновесности, путем решения одномерной задачи о структуре сильной ударной волны (программа ShockWaveAir).
3. Показано, что использование одномерной модели для амплитуды электрического поля в разрядном канале дает приемлемую (в пределах 5%) точность расчета характеристик плазмы для ВГУ-4, однако приводит к существенным (до 27%) ошибкам для плазмотрона ВГУ-3.
4. Исследовано обтекание охлаждаемых цилиндрических образцов потоком воздушной плазмы в широком диапазоне каталитической активности тепловоспринимающей поверхности, показано соответствие рассчитанных тепловых потоков данным измерений в плазмотроне ВГУ-4 ИПМех РАН со среднеквадратичным отклонением 8.6% и максимальным 12%.
5. Исследовано обтекание охлаждаемых моделей плазмой азота, получено согласование с экспериментальными данными тепловых потоков к поверхностям с различной каталитической активностью со среднеквадратичным отклонением 16.4% и максимальным 29%.
6. Показано, что при использовании проточных водоохлаждаемых калориметров для экспериментального изучения каталитической активности материалов неравномерность распределения теплового потока по поверхности датчика едва превышает 5%.
7. Расчетным путем подтверждено проявление эффекта сверхравновесного нагрева вблизи разрыва каталитической активности поверхности, выражающееся в резком возрастании теплового потока со стороны высококаталитичного участка поверхности.



**Достоверность** результатов диссертации подтверждается физической обоснованностью постановок задач на основе законов сохранения, современных теорий физической и химической механики, химической кинетики, физики плазмы. Созданное программное обеспечение тестировалось путем сравнения численных результатов с аналитическими решениями, результатами расчетов других авторов, экспериментальными данными, а в областях достижения химического равновесия – с термодинамическими расчетами. Достоверность полученных результатов подтверждается совпадением тепловых потоков с экспериментом в пределах 10% для воздуха и удовлетворительным совпадением (в пределах 20%) – для азота.

**Апробация работы.** Результаты настоящей работы докладывались и обсуждались на профильных всероссийских и международных конференциях:

1. 12-я Всероссийская школа-семинар «Аэрофизика и физическая механика классических и квантовых систем» АФМ-2018 (Москва, 27–29 ноября 2018 г.),
2. 13-я Всероссийская школа-семинар «Аэрофизика и физическая механика классических и квантовых систем» АФМ-2019 (Москва, 26–27 ноября 2019 г.),
3. 10-я Международная конференция – школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах» (Москва, 3–5 декабря 2019 г.),
4. XX Международная конференция по методам аэрофизических исследований ISMAR 2020 (Новосибирск, 1–7 ноября 2020 г.),
5. Международная конференция «Математическое моделирование» МАКС 2021 (Москва, 21–22 июля 2021 г.),
6. IX международный симпозиум по неравновесным процессам, плазме, горению и атмосферным явлениям NEPCAR 2020 (Сочи, 5–9 октября 2021 г.),
7. XVI Минский международный форум по тепломассообмену (Минск, 16–19 мая 2022 г.),
8. 50-я Международная летняя школа-конференция «Актуальные проблемы механики» (Санкт-Петербург, 20–24 июня 2022 г.).

**Личный вклад.** Автор принимал непосредственное участие в постановке научных задач, их решении, анализе результатов и подготовке публикаций. При теоретической поддержке научного руководителя, автором был реализован модуль расчета электрического поля в разрядном канале в двумерной постановке [A1; A2]. После апробации в [A3], был разработан модуль расчета газодинамических потоков, обобщена постановка граничных условий. Автором был разработан модуль по расчету скоростей химических реакций с учетом температурной неравновесности и при теоретической поддержке научного руководителя разработана программа ShockWaveAir для расчета течения воздушной смеси за физико-химически неравновесной ударной волной [A4]. Автором лично реализована программа IPG2D, в том числе модули по расчету диффузионных потоков, коэффициентов переноса, интегралов столкновений, термодинамики реального газа, температурной неравновесности за ударной волной, химического состава на каталитической поверхности, реализована неявная схема LU-SGS [A5–A7]. Все валидационные расчеты в публикациях [A4–A7] были проведены лично автором, анализ результатов осуществлялся совместно с научным руководителем и соавторами публикаций.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 11 печатных изданиях, 2 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 4 — в периодических научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus, 4 — в тезисах докладов. Зарегистрирована 1 программа для ЭВМ.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, шести глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 143 страницы, содержит 49 рисунков и 11 таблиц. Список литературы состоит из 135 наименований.

## **Содержание работы**

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в диссертационной работе, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, излагается научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

В первой главе рассматриваются задачи аэротермодинамики, связанные с образованием плазмы у поверхности космических тел при входе в атмосферу Земли [1], обсуждается необходимость учета каталитических свойства поверхности при выборе теплозащитного материала [2]. Для экспериментального моделирования условий на поверхности спускаемых аппаратов широкое применение нашли индукционные плазмотроны [3; 4]. Первый в мире плазмотрон (ВГУ-1) был построен в 1963 году в Институте проблем механики АН СССР [5], здесь же были проведены и первые работы по численному моделированию эксперимента в плазмотроне [6], заключающиеся в расчете тепловых потоков в критической точке в ламинарном пограничном слое. Сейчас в России индукционные плазмотроны эксплуатируются в трех организациях: ИПМех РАН (ВГУ-3 и ВГУ-4) [5], ЦАГИ (ВТС и ВАТ-104) [7] и ЦНИИмаш (У-13 ВЧП) [4].

В первой главе выполнен обзор эксплуатирующихся на сегодняшний день в мире плазмотронов [8—10], проведено подробное сравнение исследовательских возможностей ВГУ-3 и ВГУ-4 [5] с наиболее мощными индукционными плазмотронами. Детально рассмотрены характеристики плазмотронов в Институте фон Кармана в Бельгии [11], где находится самая мощная в мире установка PLASMATRON, специально разработанная для программ Space Shuttle и Hermes, и маленький учебный Minitorch. Описаны первый в Европе после РФ испытательный стенд РWК3 [8] Института космических систем (IRS) в Штуттгарте и четыре генератора плазмы, предназначенные для научных исследований (IPG3), изучения условий входа в Марсианскую атмосферу (IPG4), увеличения энтальпии потока плазмы (IPG5). Наиболее современный IPG7 [12], разработан для упрощения проведения экспериментов и повышения эффективности установки РWК3. Рассмотрен 110 кВт плазмотрон Японского агентства аэрокосмических исследований (JAXA) [13], предназначенный как для проведения аэротермодинамических исследований [14], так и для модификации поверхности, осаждения и синтеза наночастиц [15], спектроскопических исследований [16]. Имеющиеся плазмотроны в США [17; 18] и Франции [9] упоминаются в публикациях значительно реже, поэтому приведены только их мощность, частота и диаметр разрядного канала.

Отмечено, что практически каждая экспериментальная установка становится центром не только развития методик тестирования, но и разработки вычислительных программ, позволяющих осуществлять моделирование течений плазмы и получать расчетным путем характеристики, недоступные прямому измерению в экспериментах. Показана роль численного моделирования, сопровождающего экспериментальные исследования, приведен обзор математических моделей, реализованных организациями, проводящих исследования с использованием плазмотронов. Рассмотрены основные подходы к численному моделированию течений в плазмотронах. В ИПМех РАН моделирование дозвукового течения в разрядном канале и барокамере осуществляется на основе модели равновесной плазмы (программы Alpha, Beta), эффекты неравновесности учитываются в погранслое вдоль линии торможения (программа Gamma) [19—22]. Более общие вычислительные модели с учетом газодинамики, химической и температурной неравновесности созданы в ЦНИИМаш [23] и Институте механики МГУ [24—26].

В заключение обзора литературы отмечено, что, несмотря на достаточно длительную историю развития экспериментальных методов и вычислительных моделей в области взаимодействия плазмы с материалами, многие аспекты до сих пор остаются недостаточно изученными. Примером может служить эффект сверхравновесного нагрева вблизи скачка каталитической активности, приводящий к значительному возрастанию тепловых потоков на высокоталитических участках поверхности тела [27; 28].

Во **второй главе** описана математическая модель химически неравновесной плазмы применительно к течению в барокамере плазмотрона ВГУ-4, основанная на уравнениях Навье-Стокса многокомпонентного газа. Расчет коэффициентов вязкости и попутательной теплопроводности многокомпонентной смеси осуществляется по полумпирическим формулам, полученным на основе минимизации функционала квадратов отклонений приближенных значений от коэффициентов переноса, вычисляемых по молекулярно-кинетической теории Чепмена-Энскога во втором приближении для вязкости и в третьем – для теплопроводности [29]. Расчет коэффициента теплопроводности проводится с учетом поправки Эйкена.

Приведены кинетические схемы для воздушной и азотной плазмы с учетом однократной ионизации, разработанные для расчета обтекания космических аппаратов при входе в атмосферу Земли [30; 31]. Ввиду высоких температур смеси для внутренней энергии, энтальпии и энтропии компонент использованы табличные значения [32]. Диффузия описывается соотношениями Стефана-Максвелла с учетом амбиполярного электрического поля [33]. В барокамере пренебрегается внешним электрическим полем, плазма считается квазинейтральной. На входной и выходной границе используется метод характеристик, на оси симметрии – условие отражения, на твердой стенке – условие прилипания. Химический состав на каталитической поверхности с эффективным коэффициентом рекомбинации  $\gamma_w$  вычисляется из соотношений Стефана-Максвелла.

Расчетная схема построена методом конечных объемов на неравномерной декартовой сетке. Газодинамические потоки рассчитывались по схеме HR-SLAU2, принадлежащей семейству схем AUSM и эффективной как на дозвуковых, так и на сверхзвуковых скоростях [34]. Диссипативные и диффузионные потоки аппроксимировались по стандартной центрально-разностной схеме второго порядка точности.

Решение системы уравнений Стефана-Максвелла и системы нелинейных уравнений для химического состава на каталитической поверхности производилось с использованием БЧА НИВЦ МГУ. Градиенты на стенке рассчитывались по схеме первого порядка с минимальным шагом сетки  $h_{min} = 5 \cdot 10^{-5}$  м. Для ускорения сходимости к стационарному решению реализован неявный метод LU-SGS с заменой якобианов потоков их диагональными матрицами [35]. Рабочие числа Куранта составляют при этом  $10^2$ – $10^4$ . При решении жесткой системы дифференциальных уравнений химической кинетики использовалась неявная аппроксимация скоростей реакций.

Вычислительная модель реализована в программе IPG2D на языке программирования FORTRAN-95. Верификация кода осуществлялась решением ряда тестовых задач газовой динамики и вязких течений (распад газодинамического разрыва, сверхзвуковое обтекание прямоугольного выступа в канале, течение вдоль плоской пластины), подтвердивших возможность проведения расчетов в широком диапазоне чисел Маха единой расчетной программой.

В **главе 3** представлены результаты расчета термически и химически неравновесного течения в релаксационной зоне за фронтом сильной ударной волны. Целью данной работы была верификация и валидация вычислительного модуля программы IPG2D, осуществляющего расчет скоростей химических реакций и температурной релаксации в плазме. Учет температурной неравновесности осуществлялся добавлением соответствующих кинетических уравнений. Задача решается в газодинамическом приближении, в пренебрежении эффектами вязкости, диффузии и теплопроводности. Именно, рассмотрено одномерное течение, параметры которого находятся из законов сохранения, представленных в эволюционной форме для лагранжевой частицы за фронтом сильной ударной волны, что позволяет проводить расчеты, не прибегая к численному решению уравнений Эйлера. Модель реализована на языке FORTRAN-95 в программе ShockWaveAir.

Проведена валидация результатов расчета колебательной и поступательной температуры на экспериментальных данных в чистом кислороде [36] для ударных волн с температурой на скачке  $T_0 = 5300$  и  $6470$  К. Получено хорошее совпадение с экспериментом, см. рис. 1.

Проведена верификация на расчетах химического состава за фронтом сильной ударной волны в пятикомпонентной воздушной смеси при наличии температурной неравновесности [37]. В расчетах для воздуха получено удовлетворительное совпадение с учетом различия в используемых моделях.

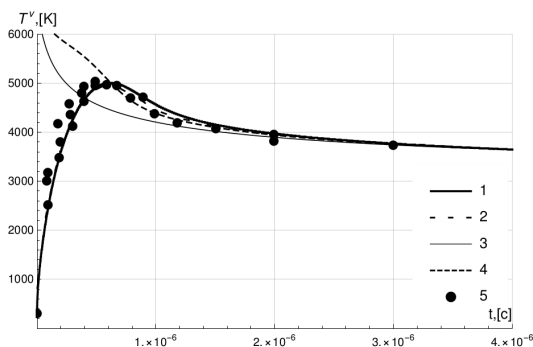


Рис. 1 — Профили колебательной температуры  $T^v$ .  $T_0 = 6470$  К,  $u_0 = 3400$  м/с,  $p_0 = 1$  торр,  $M = 10.3: 1$  — наст. расчет, 2 — расчет [36], 3 — поступ. темп-ра (одно-темп. пригл.), 4 — поступ. темп-ра, 5 — эксп-т [36].

В **главе 4** дано описание двумерной и локально-одномерной моделей электрического поля, возникающего в разрядном канале при протекании тока в индукторе и разогревающего поступающий газ до состояния плазмы посредством джоулева тепла. Разработан вычислительный модуль расчета двумерного электрического поля на неравномерной декартовой сетке по разностной схеме 2-го порядка точности. Полученная система алгебраических уравнений с разреженной матрицей решалась итерационным путем отдельно для действительной и мнимой частей амплитуды электрического поля с помощью эффективного метода GMRES с предобусловливателем ILUT [38]. Полученный модуль был интегрирован в программу Alpha, осуществляющую моделирование течения в разрядном канале [20] и используемую в последующих главах для расчета параметров плазмы на входе в барокамеру плазмотрона.

Проведено сравнение результатов расчета с использованием двумерной и локально одномерной модели электрического поля, используемой при моделировании течения в разрядном канале ВГУ-3 и ВГУ-4. Показаны качественные и количественные различия в полях температуры, функции тока, амплитуды электрического и магнитного полей – см. рис. 2 ( $P = 100$  гПа,  $N_{ap} = 300$  кВт,  $N_{pl} = 180$  кВт).

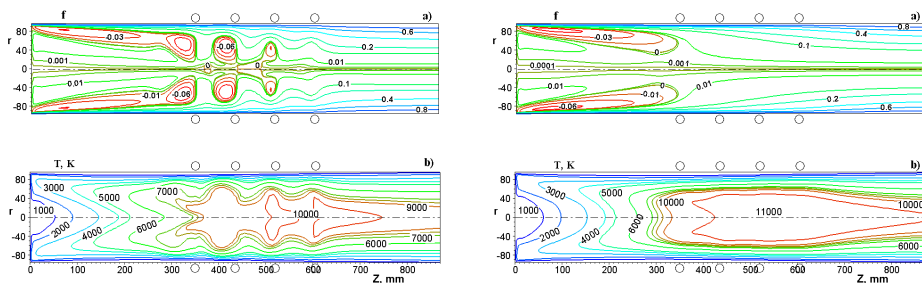


Рис. 2 — Изолинии функции тока (а) и изотермы (б) в разрядном канале ВГУ-3, расчет по 1D (слева) и 2D (справа) моделям эл. поля.

Сравнение радиальных профилей скорости и температуры на выходе из разрядного канала приведено в табл. 1 и на рис. 3. Из

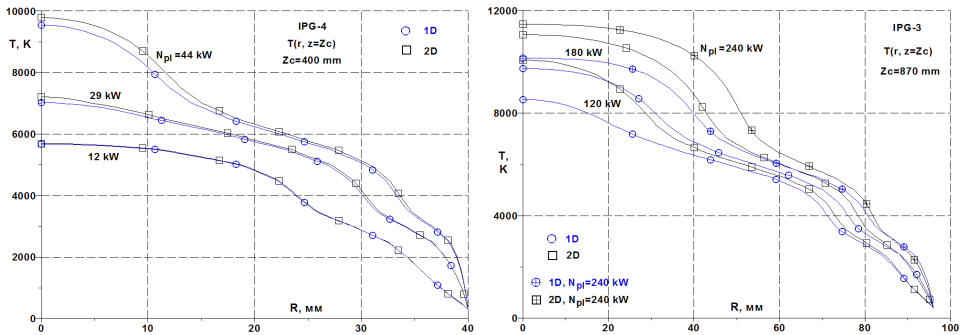


Рис. 3 — Температура на выходе из разрядного канала ВГУ-4 (слева) и ВГУ-3 (справа) по 1D и 2D моделям электрического поля.

полученных результатов следует вывод о применимости локально одномерной модели только для условий относительно тонких разрядных каналов и невысокой мощности, вкладываемой в плазму.

Для плазмотрона ВГУ-3 различия между расчетами на выходе из разрядного канала по локально-одномерной и двумерной теориям составляют до 17% для осевой скорости, 27% для энтальпии и 15% для температуры (максимальные погрешности аналогичного расчета на ВГУ-4 составили 10%, 4% и 2% соответственно).

При использовании расчетов разрядного канала для дальнейших исследований процессов в барокамере (в том числе – для определения каталитической активности материалов и покрытий) такие погрешности могут существенным образом влиять на точность конечных результатов. Поэтому расчеты плазмотрона ВГУ-3 должны проводиться с использованием двумерной модели электрического поля.

Таблица 1 — Параметры плазмы на оси на выходе из разрядного канала для ВГУ-3 ( $N_{ap}$ ,  $N_{pl}$  – мощность по анодному питанию и вкладываемая в плазму,  $V_c$  – скорость,  $h_c$  – удельная энтальпия,  $T_c$  – температура)

$N_{ap}$ , кВт	$N_{pl}$ , кВт	$V_c$ , m/s			$h_c$ , МДж/кг			$T_c$ , К		
		1D	2D	%	1D	2D	%	1D	2D	%
400	240	219	187	17	55.3	75.9	27	10148	11468	12
300	180	170	153	11	51.4	68.0	24	9745	11057	12
200	120	107	122	12	44.0	54.3	19	8531	10066	15



В **главе 5** проведен расчет тепловых потоков на поверхности водоохлаждаемой модели (см. рис. 4) для серии из 28 экспериментов по обтеканию семи различных материалов (меди, серебра, ниобия, золота, тантала, бериллия, молибдена) воздушной плазмой при различных давлениях и мощностях по анодному питанию на плазмотроне ВГУ-4 [22]. Эффективный коэффициент рекомбинации  $\gamma_w$  заимствовался из [22], температура и скорость на входе брались из расчетов разрядного канала программой Alpha (глава 3), модель со скругленной кромкой заменялась цилиндрической, закрутка потока не учитывалась.

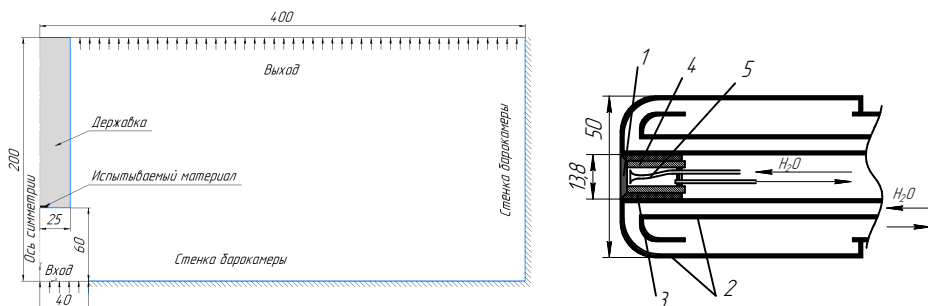


Рис. 4 — Расчетная область барокамеры плазмотрона (слева), державка и проточный калориметр с испытываемым материалом (справа).

В расчетах получены характеристики течения в барокамере (рис. 5), проанализированы поля температуры и концентраций в окрестности торца модели, демонстрирующие влияние низкокatalитической вставки (рис. 6).

Рассмотрена структура ламинарного пограничного слоя вдоль линии торможения, проведено сравнение химического состава и температуры для случаев кatalитической и некatalитической поверхностей. Показана сильная зависимость температуры и химического состава от кatalитических свойств поверхности. Проведено сравнение распределений температуры вдоль оси и вдоль радиуса с расчетами по модели химически равновесной плазмы. Показано, что эффекты неравновесности вследствие конечной скорости реакций наиболее сильно проявляются ламинарном пограничном слое у холодной поверхности и в слое смешения на границе струи плазмы.

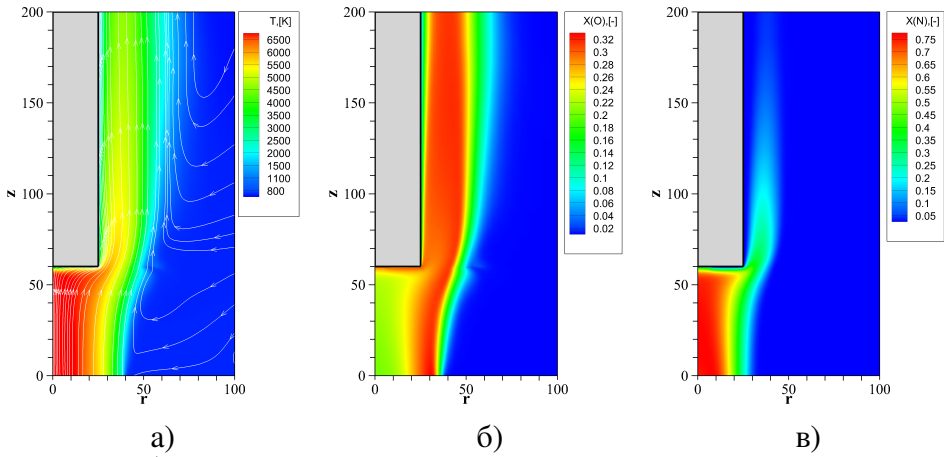


Рис. 5 — Обтекание цилиндрической модели с некаталитической вставкой потоком воздушной плазмы для  $P = 50$  гПа,  $N_{ap} = 64$  кВт: (а) температура и линии тока; (б) мольная доля O; (в) мольная доля N.

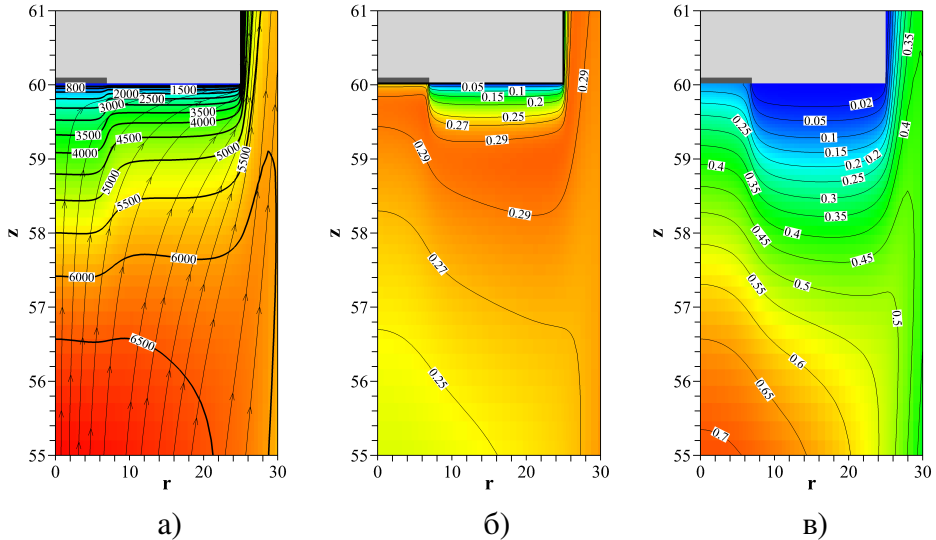


Рис. 6 — Характеристики плазмы вблизи переднего торца модели (укрупненный масштаб по оси  $z$ ): (а) температура и линии тока; (б) мольная доля O; (в) мольная доля N.

Двумерные расчеты обтекания модели позволили проанализировать как тепловые потоки в передней критической точке, так и распределения теплового потока по переднему торцу модели, включая тепловоспринимающую поверхности датчика теплового потока, каталитическая активность которой изменялась в широких пределах. При этом исследованы как полный тепловой поток  $q_w$ , так и его кондуктивная  $q_w^C$  и рекомбинационная  $q_w^R$  составляющие – см. рис. 7.

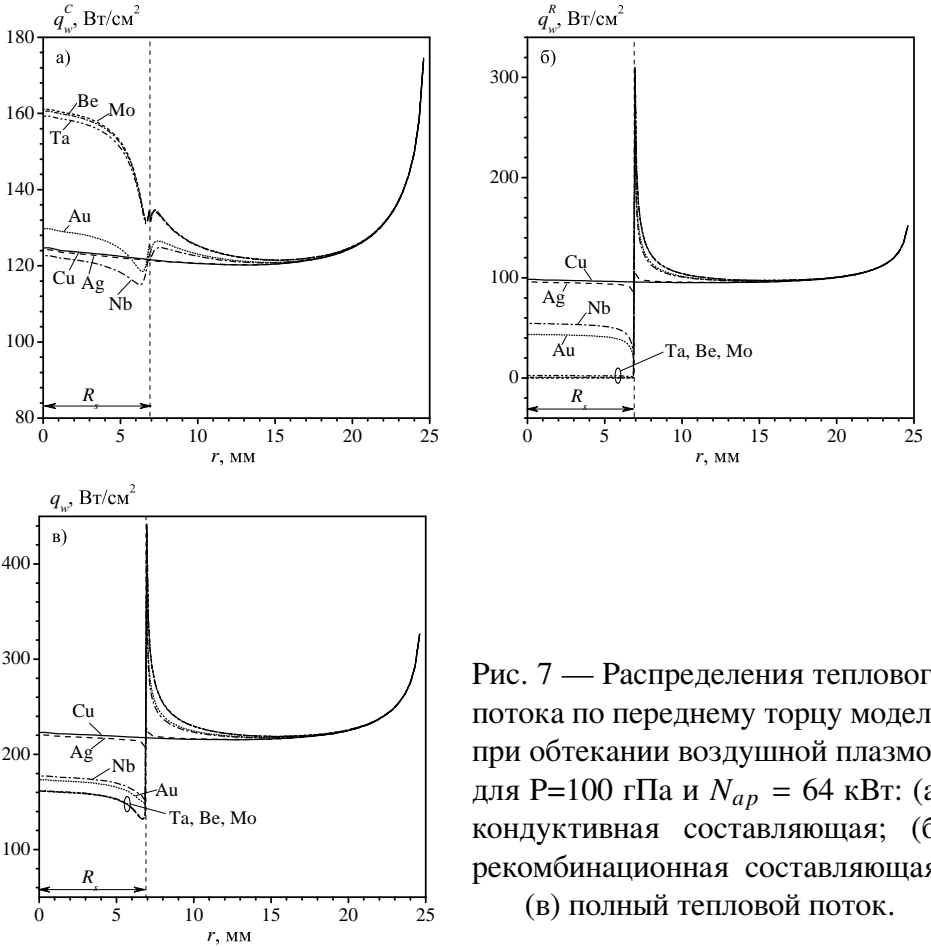


Рис. 7 — Распределения теплового потока по переднему торцу модели при обтекании воздушной плазмой для  $P=100$  гПа и  $N_{ap} = 64$  кВт: (а) кондуктивная составляющая; (б) рекомбинационная составляющая; (в) полный тепловой поток.

В результате анализа распределения тепловых потоков вдоль обтекаемой поверхности была оценена равномерность теплового потока по площади датчика (диапазон  $0 \leq r \leq R_s$  на рис. 7), предполагаемая в методике ИПМех РАН [5] при обработке экспериментальных данных. С уменьшением эффективного коэффициента рекомбинации  $\gamma_w$  до нуля она увеличивалась и достигала порядка 5%, что сравнимо с экспериментальной точностью измерения теплового потока при помощи проточного калориметра.

Также в численных расчетах продемонстрирован эффект сверхравновесного нагрева на границе между низкокatalитичным и высококatalитичным участками, наблюдающийся в экспериментах (см., например, [27; 28]). На рис. 7 он проявляется в виде разрыва теплового потока в точке  $R_s$  (на границе раздела материалов поверхности), при этом со стороны испытываемого материала тепловой поток уменьшается к границе, а при переходе к высококatalитичной поверхности – резко возрастает, значительно превышая референсный поток для однородной высококatalитичной поверхности. При постоянной температуре охлаждаемой поверхности 300 К избыточный тепловой поток при переходе границы кatalитичности может увеличиваться примерно в два раза. Показано, что, по сравнению с рекомбинационной составляющей теплового потока  $q_w^R$ , его кондуктивная составляющая  $q_w^C$  меняется весьма незначительно, а замена высококatalитичного материала низкокatalитичным снижает тепловые потоки до трех раз и снижение обусловлено отсутствием рекомбинационной составляющей.

Валидация расчетов программой IPG2D проводилась путем сравнения рассчитанных тепловых потоков с экспериментальными данными, полученными на плазматроне ВГУ-4 [22]. На рис. 8 показана суммарная сравнительная диаграмма по расчетам 28 экспериментов. Получено хорошее согласование результатов моделирования со среднеквадратичным отклонением 6.5–8.6%. Возможным источником несовпадения рассчитанных потоков с экспериментальными является использование эффективного коэффициента рекомбинации  $\gamma_w$ , который не измерялся непосредственно, а определялся в [22] расчетами по программе Gamma, в которой использовалась другая кинетическая схема, а коэффициенты многокомпонентной диффузии на поверхности полагались равными бинарным коэффициентам.

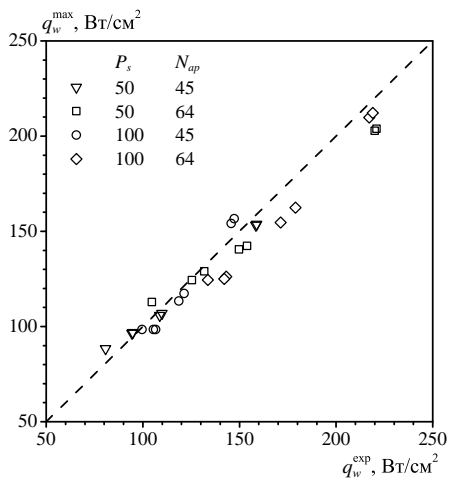


Рис. 8 — Сравнительная диаграмма рассчитанных и экспериментальных тепловых потоков для расчетов обтекания воздушной плазмой: точки соответствуют 28 экспериментам [22], по оси абсцисс отложены измеренные значения  $q_w^{exp}$ , по оси ординат – рассчитанные значения теплового потока в передней критической точке  $q_w^{max}$ .

В **главе 6** выполнен расчет тепловых потоков для серии из 12 экспериментов в плазме азота, проведенных на плазмотроне ВГУ-4 [21]. Геометрия в целом аналогична экспериментам с воздушной плазмой (рис. 4), только теперь калориметр имел цилиндрическую форму и его диаметр составлял 20 мм.

Исследовались тепловые потоки на трех материалах (медь, никель и графит) разной каталитичности при различных условиях обтекания. Изменение условий обтекания достигалось варьированием мощности, вкладываемой в плазму от 35 до 65 кВт, давление во всех испытаниях было одинаковым (50 гПа). Граничные условия на срезе разрядного канала рассчитывались программой Alpha [5].

В окрестности лобовой поверхности получены двумерные поля температуры, скорости, мольных долей N и N<sub>2</sub>, проведено их сравнение для высококаталитичной меди и низкоккаталитичного графита. Наглядно продемонстрировано незначительное изменение скорости и температуры в ламинарном пограничном слое при заметных изменениях в химическом составе в зависимости от коэффициента рекомбинации  $\gamma_w$ . Рассчитан тепловой поток вдоль лобовой поверхности модели, показана относительная равномерность потока в пределах каталитической вставки и существенный рост, более чем в два раза, при переходе через границу раздела каталитичности. Проведен анализ изменения компонент теплового потока вдоль лобовой поверхности, показана слабая зависимость (в пределах 10%) кондуктивной составляющей теплового потока  $q_w^C$  и существенный рост (более чем в 5 раз)

рекомбинационной составляющей  $q_w^R$  при переходе через разрыв каталитичности на водоохлаждаемой модели.

Выполнено сравнение осевых и радиальных профилей температуры с равновесным расчетом. Показано появление существенных отличий в областях сильными градиентами: в ламинарном пограничном слое и в слое смешения. Также вдоль оси появляются небольшие отличия и в основном течении при увеличении мощности по анодному питанию  $N_{ap}$  от 45 до 65 кВт.

Выполнен подробный анализ рассчитанных тепловых потоков и проведено их сравнение с экспериментальными значениями, рис. 9. Различия оказались в пределах от 7% до 29%, а среднеквадратичное отклонение составило 16.4%, при этом расчеты с другой кинетической схемой газофазных реакций дали близкие результаты. Возможным источником расхождения является способ определения эффективного коэффициента рекомбинации (для азота сталь) с введением эталонного материала и опорой на него как на каталитический ( $\gamma_w = 1$ ). Другим источником расхождений может служить неопределенность в к.п.д. плазмотрона в случае азота, которая известна с меньшей точностью, чем для воздуха (во всех расчетах эта величина считалась равной 60%).

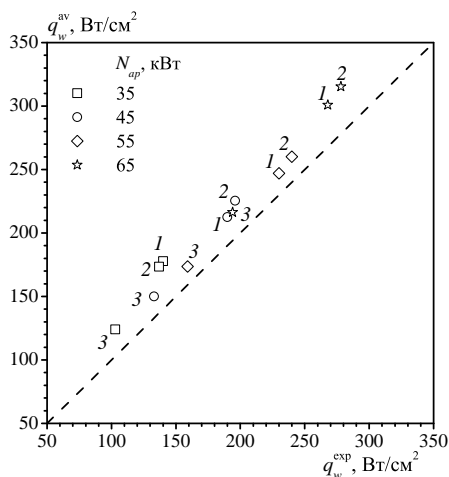


Рис. 9 — Сравнительная диаграмма рассчитанных и экспериментальных тепловых потоков для расчетов обтекания плазмой азота: точки соответствуют 12 экспериментам [21], по оси абсцисс отложены измеренные значения  $q_w^{exp}$ , по оси ординат – рассчитанные средние значения теплового потока  $q_w^{av}$ , цифры обозначают материал поверхности датчика.

В заключении приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Создана вычислительная модель и расчетная программа IPG2D для химически и термически неравновесной плазмы, позволяющая осуществлять математическое моделирование течений диссоциированного газа в индукционном плазмотроне, рассчитывать поля дозвукового и сверхзвукового течения около помещенных в поток плазмы тел, определять тепловые потоки на поверхности с различной каталитической активностью.
2. В лагранжевых переменных решена задача о структуре релаксационной зоны за фронтом сильной ударной волны с учетом химической и температурной неравновесности. Подтверждена правильность работы модуля неравновесной химической кинетики в расчетах ударных волн в кислороде и воздухе.
3. Проведена модификация используемой в ИПМех РАН программы Alpha для расчета течения в разрядном канале плазмотрона. Реализована двумерная модель для амплитуды высокочастотного электрического поля. В сравнительных расчетах подтверждена правомерность применения модели одномерного поля для плазмотрона ВГУ-4 при мощностях до 70 кВт. Показано, что для плазмотрона ВГУ-3 (мощность до 270 кВт) модель одномерного поля непригодна, так как приводит к занижению энтальпии потока до 27%, а температуры – до 15%, поэтому расчеты должны проводиться с использованием двумерной модели.
4. Проведены систематические расчеты 28 экспериментов на плазмотроне ВГУ-4 по режимам теплообмена высокоэнтальпийного диссоциированного воздуха с металлическими покрытиями. Показано, что созданная вычислительная программа IPG2D позволяет воспроизводить тепловые потоки в широком диапазоне каталитической активности материала, при этом среднеквадратичное отклонение рассчитанных тепловых потоков от экспериментальных данных составило 6.5% для максимальной и 8.6% для средней по поверхности калориметра величин.

5. Проведены систематические расчеты 12 экспериментов на плазмотроне ВГУ-4 по режимам теплообмена высокоэнтальпийного диссоциированного азота с металлами и графитом. Показано, что среднеквадратичное отклонение рассчитанного теплового потока от экспериментальной величины составляет 16.5%, максимальное – 29%.
6. В расчетах получено резкое локальное увеличение теплового потока при переходе с низкокаталитической поверхности на высококаталитическую (эффект сверхравновесного нагрева), наблюдающееся экспериментально. Показано, что увеличение теплового потока обусловлено поведением его рекомбинационной составляющей и происходит за счет диффузионного и конвективного переноса атомов через границу раздела материалов вдоль поверхности тела.
7. Численные расчеты подтвердили правомерность используемой в ИПМех РАН методики расчетного определения эффективных коэффициентов каталитической рекомбинации по данным экспериментов на плазмотроне ВГУ-4, в части расчета электрического поля в разрядном канале по одномерной модели и предположения о равномерности теплового потока по площади калориметра. В то же время показано, что для геометрии и мощности, характерных для мегаваттного плазмотрона ВГУ-3, требуется корректировка методики.
8. Разработанная вычислительная модель и программа IPG2D в дальнейшем позволит осуществлять сопровождение экспериментов на плазмотроне ВГУ-3 и исследование течений плазмы в широком диапазоне чисел Маха.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю С.Е. Якушу за постановку задачи, руководство работой и консультации по теоретическим и вычислительным вопросам. Автор глубоко признателен А.Ф. Колесникову и С.А. Васильевскому за ценные обсуждения и возможность использования разработанных в лаборатории взаимодействия плазмы и излучения с веществом ИПМех РАН программ для проведения сравнительных расчетов и моделирования разрядного канала плазмотрона.



Работа выполнена в рамках Госзадания № АААА-А20-120011690135-5 при поддержке гранта РФФИ №19-31-90114.

**Публикации автора из списка ВАК:**

- A1. *Vasilevskii S.A., Kolesnikov A.F., Bryzgalov A.I., Yakush S.E.* Computation of inductively coupled air plasma flow in the torches // *Journal of Physics: Conference Series*. 2018 V. 1009, 012027, P. 1–15. (WoS, Scopus).
- A2. *Vasilevskii S.A., Kolesnikov A.F., Bryzgalov A.I., Yakush S.E.* Numerical testing of the similarity conditions for the induction plasmotrons // *Journal of Physics: Conference Series*. 2019 V. 1250, 012043, P. 1–13. (WoS, Scopus).
- A3. *Yakush S.E., Rashkovskiy S.A., Bryzgalov A.I.* Combustion in a solid fuel scramjet with channel geometry variation due to burnout // *Journal of Physics: Conference Series*. 2019. V. 1250, 012042, P. 1–8. (WoS, Scopus).
- A4. *Брызгалов А.И.* Численное моделирование течения термически и химически неравновесного воздуха за фронтом ударной волны // *Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Серия «Естественные науки»*. 2021. №3(96) С. 94–111. (Scopus).
- A5. *Брызгалов А.И., Якуш С.Е., Васильевский С.А., Колесников А.Ф.* Численное моделирование неравновесных дозвуковых течений диссоциированного воздуха около цилиндрического тела // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. 2021, Т. 22, №5, С. 1–14. (ВАК).
- A6. *Брызгалов А.И., Васильевский С.А., Колесников А.Ф., Якуш С.Е.* Теплообмен цилиндрического тела с каталитической поверхностью при обтекании потоком дозвуковой неравновесной воздушной плазмы // *Известия РАН. МЖГ*. 2022, №5, С. 1–19. (WoS, Scopus).
- A7. *Брызгалов А.И.* Теплообмен цилиндрического тела с каталитической поверхностью при обтекании потоком дозвуковой неравновесной воздушной плазмы // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. 2022. Т. 23, №2, С. 1–14. (ВАК).

### **Прочие публикации автора:**

- A8. *Брызгалов А.И., Якуш С.Е., Колесников А.Ф., Васильевский С.А.* Численное моделирование обтачивания высокоэнтальпийным дозвуковым потоком воздуха цилиндрического образца в мощном плазмотроне // Труды XVI Минского международного форума. 16–19 мая 2022.
- A9. *Брызгалов А.И., Васильевский С.А., Колесников А.Ф., Якуш С.Е.* Численное исследование вихревых течений в мегаваттном индукционном ВЧ-плазмотроне ВГУ-3 ИПМех РАН // Сборник материалов конференции «Волны и вихри в сложных средах: 10-ая международная конференция – школа молодых ученых». 2019. С. 78–81
- A10. *Брызгалов А.И., Якуш С.Е.* Программа для моделирования течения за ударной волной смеси двухатомных газов в условиях температурной и химической неравновесности ShockWaveAir // Свидетельство о регистрации прав на ПО, базу данных №2020661486 от 24 сентября 2020 г.

### **Список литературы**

1. *Суржиков С. Т.* Компьютерная аэрофизика спускаемых космических аппаратов. Двухмерные модели. — Москва : Физматлит, 2018. — 543 с.
2. *Ковалев В. Л.* Гетерогенные каталитические процессы в аэротермодинамике. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2002. — 224 с.
3. *Gordeev A. N., Kolesnikov A. F., Yakushin M. I.* An induction plasma application to Buran's heat protection tiles ground tests // SAMPE Journal. — 1992. — Vol. 28, no. 3. — P. 27—31.
4. Высокочастотный плазмотрон - установка для исследований аэрофизических проблем с использованием высокоэнтальпийных газовых потоков / Г. Н. Залогин [и др.] // Космонавтика и ракетостроение. — 1994. — № 2. — С. 22—32.

5. *Гордеев А. Н., Колесников А. Ф.* Высокочастотные индукционные плазмотроны серии ВГУ // Актуальные проблемы механики. Физико-химическая механика жидкостей и газов. — Москва : Наука, 2010. — С. 151—177.
6. *Васильевский С. А., Колесников А. Ф., Якушин М. И.* Определение эффективных вероятностей гетерогенной рекомбинации атомов в условиях влияния газофазных реакций на тепловой поток // Теплофизика высоких температур. — 1991. — Т. 29, № 3. — С. 521—529.
7. *Жестков Б. Е., Липин А. В., Никифоров А. П.* Экспериментальная база НИО-8 для решения задач газодинамики и теплообмена на больших высотах, а также других задач // Труды Всероссийской научно-технической конференции «Фундаментальные исследования для гиперзвуковых технологий». — 1998. — С. 563—571.
8. *Herdrich G.* Aufbau, Qualifikation und Charakterisierung einer induktiv beheizten Plasmawindkanalanlage zur Simulation atmosphärischer Eintrittsmanöver // Dissertation. — 2004. — S. 1–162. — URL: <https://elib.uni-stuttgart.de/handle/11682/3707>.
9. *Muylaert J., et al.* European plasma working group: status of activities and future plans // Hot Structures and Thermal Protection Systems for Space Vehicles. — 2003. — Vol. 521. — P. 321—331.
10. *Chazot O., Panerai F.* High-Enthalpy Facilities and Plasma Wind Tunnels for Aerothermodynamics Ground Testing // In book Hypersonic Nonequilibrium Flows: Fundamentals and Recent Advances. — 2015. — P. 329—342.
11. The VKI Plasmatron characteristics and performance / B. Bottin [et al.] // In J. M. Charbonnier and G. S. R. Sarma, editors, Measurement Techniques for High Temperature and Plasma Flows. NATO-RTO-EN 8. — 1999. — P. 440—449.
12. *Massuti-Ballester B., Marynowski T., Herdrich G.* New Inductively Heated Plasma Source IPG7 // Frontier of Applied Plasma Technology. — 2013. — Vol. 6, no. 2. — P. 2—6.

13. *Ito T., Ishida K., Sumi T.* 110 kW New High Enthalpy Wind Tunnel heated by Inductively-Coupled-Plasma // 12th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies. — 2003. — P. 1—9.
14. Evaluation of Surface Catalytic Effect on TPS in 110-kW ICP-heated Wind Tunnel. — American Institute of Aeronautics, Astronautics, 2005.
15. *Tanaka Y.* Recent development of new inductively coupled thermal plasmas for materials processing // Advances in Physics: X. — 2021. — Vol. 6, no. 1.
16. Comprehensive Characterization of Test Flows in 110-kW Inductively-Coupled-Plasma Heater. — American Institute of Aeronautics, Astronautics, 2008.
17. Development of a 30 kW Inductively Coupled Plasma Torch Facility for Aerospace Material Testing / V. P. Owens [et al.] // 10th AIAA/ASME Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference. — 2010. — P. 1—15.
18. *Green B. R., Clemens N. T., Varghese P. L.* Characterization of a 50kW Inductively Coupled Plasma Torch for Testing of Ablative Thermal Protection Materials // 55th AIAA Aerospace Sciences Meeting. — 2017. — P. 1—14.
19. *Васильевский С. А., Колесников А. Ф.* Численное исследование течений и теплообмена в индукционной плазме высокочастотного плазматрона // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Серия Б. Том VII-1. Математическое моделирование в низкотемпературной плазме. Т. 2. — Москва : ЯНУС-К, 2008. — С. 220—234.
20. *Васильевский С. А., Колесников А. Ф.* Многопараметрические исследования течения в индукционном плазматроне и истекающей дозвуковой струе // Актуальные проблемы механики. Физико-химическая механика жидкостей и газов. — Москва : Наука, 2010. — С. 178—200.

21. Колесников А. Ф., Гордеев А. Н., Васильевский С. А. Теплообмен в дозвуковых струях диссоциированного азота: эксперимент на ВЧ-плазмотроне и численное моделирование // Теплофизика высоких температур. — 2018. — Т. 56, № 3. — С. 417—423.
22. Тепловой эффект поверхностного катализа в дозвуковых струях диссоциированного воздуха: эксперимент на ВЧ-плазмотроне и численное моделирование / С. А. Васильевский [и др.] // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2020. — № 5. — С. 137—150.
23. Власов В. И., Залогин Г. Н., Ковалев Р. В. Численное моделирование течения различных плазмообразующих газов в тракте ВЧ плазмотрона // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2018. — Т. 19, № 4. — С. 2—23.
24. Сахаров В. И. Численное моделирование термически и химически неравновесных течений и теплообмена в недорасширенных струях индукционного плазмотрона // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2007. — № 6. — С. 157—168.
25. Гордеев А. Н., Колесников А. Ф., Сахаров В. И. Течение и теплообмен в недорасширенных неравновесных струях индукционного плазмотрона // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2011. — № 4. — С. 130—142.
26. Гордеев А. Н., Колесников А. Ф., Сахаров В. И. Экспериментальное и численное исследование теплообмена высокоэнтальпийных недорасширенных струй воздуха с цилиндрическими моделями // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2018. — № 5. — С. 125—133.
27. Сверхравновесный нагрев поверхности теплозащитной плитки в дозвуковой струе диссоциированного воздуха / П. Н. Баронец [и др.] // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 1991. — № 3. — С. 144—150.
28. Чаплыгин А. В. Экспериментальное исследование эффекта сверхравновесного нагрева поверхности в дозвуковой струе диссоциированного воздуха // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2021. — Т. 22, № 2. — С. 1—15.

29. Андриатис А. В., Жлуктов С. А., Соколова И. А. Транспортные коэффициенты смеси воздуха химически неравновесного состава // Математическое моделирование. — 1992. — Т. 4, № 1. — С. 44—64.
30. Dunn M. G., Kang S. W. Theoretical and Experimental Studies of Reentry Plasmas : tech. rep. — 1973.
31. Park C. Assessment of two-temperature kinetic model for ionizing air // Journal of Thermophysics and Heat Transfer. — Reston, Virginia, 1989. — Vol. 3, no. 3. — P. 233—244.
32. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочное издание в 4-х томах / под ред. В. П. Глушко. — Москва : Наука, 1978. — 328 с.
33. Колесников А. Ф. Соотношения Стефана-Максвелла для амбиполярной диффузии в двухтемпературной плазме с приложением к задаче об ионно-звуковой волне // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2015. — № 1. — С. 170—181.
34. Kitamura K., Hashimoto A. Reduced dissipation AUSM-family fluxes: HR-SLAU2 and HR-AUSM+-up for high resolution unsteady flow simulations // Computers and Fluids. — 2016. — Т. 126. — С. 41—57.
35. Jameson A., Turkel E. Implicit Schemes and LU Decompositions // Mathematics of Computation. — 1981. — Vol. 37, no. 156. — P. 385—397.
36. Моделирование колебательно-диссоционной кинетики кислорода при температурах 4000-11000 К / Л. Б. Ибрагимова [и др.] // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2014. — № 1. — С. 131—140.
37. Duff R. E., Davidson N. Calculation of Reaction Profiles behind Steady State Shock Waves. II. The Dissociation of Air // The Journal of Chemical Physics. — 1959. — Vol. 31, no. 4. — P. 1018—1027.
38. Saad Y. Iterative Methods for Sparse Linear Systems. — 2nd. — Philadelphia, PA : Society for Industrial, Applied Mathematics (SIAM), 2003. — 547 p.

*Брызгалов Андрей Иванович*

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ НЕРАВНОВЕСНОЙ  
ПЛАЗМЫ В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ПЛАЗМОТРОНЕ

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать \_\_\_\_ . \_\_\_\_ . 2022 г. Заказ № \_\_\_\_\_

Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.

Отпечатано на ризографе Института проблем механики  
им. А.Ю. Ишлинского РАН

