

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу
Гандиляна Давида Вагановича «Применение условий упругой заделки в
задачах деформирования тонкостенных конструкций», представленную на
соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по
специальности 1.1.8 — Механика деформируемого твердого тела

1. Актуальность темы исследования.

Для более точного качественного и количественного описания деформирования тонкостенных элементов конструкций, сопряженных с массивным основанием, необходимы формулировки, разумно сочетающие геометрическую нелинейность уравнений равновесия и геометрическую нелинейность граничных условий, в которых учитывается податливость основания. Напряженно-деформированное состояние в пограничном слое тонкой пластины или оболочки вблизи контура ее сопряжения с основанием определяет кинетику процессов разрушения либо отслоения в этом месте. Для изучения подобных процессов необходимо рассмотрение модельных задач, допускающих аналитическое решение, что позволило бы исследовать их зависимость от параметров. Этому посвящена данная диссертационная работа.

2. Структура и содержание работы.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы из 138 наименований, содержит 126 страниц текста с 10 таблицами и 41 рисунками. По структуре и оформлению диссертация и автореферат диссертации соответствуют установленным требованиям.

Во *введении* сформулированы актуальность работы, цели и задачи исследования, научная новизна, теоретическая и практическая значимость, методология и методы исследования, положения, выносимые на защиту, их достоверность, апробация результатов исследования, публикации, личный вклад автора, соответствие диссертации паспорту научной специальности, статистический обзор диссертации и краткая аннотация содержания ее глав, благодарности.

В *первой главе* приводится обзор результатов, относящихся к анализу условий отслоения тонкого покрытия от основания. Приведен спектр прикладных задач, которые сводятся к означенной проблеме. Описаны виды сценариев потери сплошности покрытий на основании в зависимости от знака мембранных напряжений в покрытии, адгезии, кривизны основания.

Описаны экспериментальные методы оценки адгезии и потери устойчивости покрытий. Сделан обзор теоретических подходов к исследованию задач отслоения покрытия от основания, используемых теорий оболочек в качестве моделей покрытия, в том числе нелинейных, учета податливости основания, записи условий на границе отслоения, в том числе типа обобщенной упругой заделки, и способов определения коэффициентов упругой заделки, учета кривизны основания.

Во *второй главе* формулируются соотношения упругого деформирования тонких оболочек в качестве модели покрытия. Рассматривается геометрически нелинейная модель криволинейных тонких пологих оболочек в рамках гипотезы Кирхгофа – Лява (уравнения Муштари — Доннелла — Власова). Последовательно выводятся геометрические соотношения, записываются линейные упругие соотношения в рамках изотропии материала, определяются оболочечные усилия и моменты, выражение плотности упругой энергии. Также записывается общий вид условий обобщенной упругой заделки на границе оболочки — контуре отслоения покрытия от поверхности основания, в общем случае имеющего конечную двоякую кривизну.

В *третьей* рассмотрена задача о распространении отслоения покрытия от цилиндрического основания, когда линия отслоения расположена вдоль осевой координаты цилиндра. Для данного случая записывается уравнение изгиба пологой цилиндрической оболочки относительно оси цилиндра в условиях плоской деформации и граничные условия. Задача решается аналитически, а три неизвестных параметра определяются численным решением системы трех нелинейных алгебраических уравнений — условий обобщенной упругой заделки. Определяются выражения для скорости высвобождения энергии при распространении отслоения вдоль окружного либо продольного направлений цилиндрического основания, а также коэффициента интенсивности напряжений для границы отслоения вдоль оси цилиндра. Рассматриваются условия прекращения распространения отслоения вдоль окружного направления — через коэффициент интенсивности напряжений или угол поворота оболочки. Приводятся аппроксимации коэффициентов матрицы жесткости в условиях обобщенной упругой заделки в зависимости от параметров. Построены графики зависимости скорости высвобождения энергии, коэффициента интенсивности напряжений, угла поворота покрытия в точке отслоения, смещения в центре отслоения и профиля отслоения покрытия от параметров задачи (размера отслоения, кривизны цилиндра, отношения упругих модулей

покрытия и основания, предварительных мембранных напряжений), на основании которых сделаны выводы о качественных и количественных изменениях этих зависимостей. Установлено существование зависящего от кривизны и податливости цилиндрического основания и предварительных мембранных напряжений критического пути отслоения вдоль криволинейного направления, при достижении которого отслоение начинает удлиняться вдоль оси цилиндра.

В *четвертой главе* рассмотрена задача о распространении отслоения покрытия от цилиндрического основания, когда линия отслоения расположена вдоль окружной координаты цилиндра. Для данного случая записывается уравнение изгиба полой цилиндрической оболочки относительно окружной координаты в условиях плоской деформации и граничные условия. Задача решается аналитически, а три неизвестных параметра определяются численным решением системы трех нелинейных алгебраических уравнений — условий обобщенной упругой заделки. Определяются выражения для скорости высвобождения энергии при распространении отслоения вдоль окружного либо продольного направлений цилиндрического основания. Построены графики зависимости скорости высвобождения энергии, угла поворота покрытия в точке отслоения и профиля отслоения покрытия от параметров задачи (размера отслоения, кривизны цилиндра, отношения упругих модулей покрытия и основания, предварительных мембранных напряжений), на основании которых сделаны выводы о качественных и количественных изменениях этих зависимостей. Установлены важные количественные и качественные закономерности распространения отслоения: возможность гофрирования отслоения при достаточно больших значениях кривизны основания, невозможность отслоения при достаточно малых отрицательных значениях кривизны основания, распространения отслоения за счет расширения вдоль осевой координаты цилиндра при достаточной податливости основания.

В *пятой главе* рассмотрена задача об осесимметричном деформировании тонкой круговой упругой пластины с учетом податливости основания. Уравнения теории пластин Фёппля – Кармана, позволяющей учитывать достаточно большие прогибы, записаны относительно прогиба, тангенциальной и радиальной компонент мембранных усилий. Записаны условия обобщенной упругой заделки на контуре пластины. Сделана оценка коэффициентов матрицы упругой заделки с помощью конечно-элементного решения вспомогательной задачи. В частном случае теории пластин, когда член с изгибной жесткостью намного превосходит член с мембранным

усилием, условия упругой заделки не вырождаются, а задача имеет аналитическое решение. Показано, что при малых отношениях толщины пластины к ее радиусу вклад конечной податливости основания пренебрежимо мал, но при конечных отношениях он может быть существенным. В другом частном случае, когда член с мембранным усилием намного превосходит член с изгибной жесткостью (мембранная модель), податливость в условии упругой заделки также учитывается, и задача также имеет аналитическое решение, анализ которого ведет к тому же выводу. Также рассмотрена модель Фёппля – Кармана в приближении постоянства продольных усилий. Решение данной задачи получено полуаналитически: компоненты смещения представляются через функции Бесселя и гипергеометрические функции, где из граничных условий, с помощью численного метода решения системы нелинейных уравнений определяются неизвестные величины. Было получено решение задачи для модели Фёппля – Кармана при помощи разложения в рядах компонент продольного усилия и поперечного смещения по радиальной координате. Реализован численный метод решения граничной задачи для исходной модели Фёппля – Кармана на основе сочетания метода стрельбы, метода Рунге-Кутты 4-го порядка и использования алгоритма «предиктор-корректор». Выполнено сравнение решений задачи в рамках различных приближений модели, обнаружившее сходимость решения в рядах к численному решению. При достаточно малых значениях давления на пластину все приближения хорошо согласуются друг с другом, за исключением мембранной модели. Выполнено исследование решения задачи о поперечной нагрузке пластины из алюминия на кремниевом основании — задачи, возникающей при идентификации параметров ультратонких элементов МЭМС, используемых в проекционных литографических системах. Проведено сравнение величин прогиба в центре пластины, продольного усилия и изгибающего момента на краю пластины, с учётом и без учёта граничных условий упругой заделки в зависимости от отношения толщины к радиусу пластины.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

3. Теоретические результаты диссертации и их научная новизна.

Представлено систематическое исследование модельных задач деформирования либо отслоения пластины/пологой оболочки, сопряженной по контуру с основанием, с учетом податливости основания. Получены аналитические решения задач, с помощью которых выяснена зависимость наблюдаемых переменных от параметров.

4. Практическая значимость результатов диссертации.

Полученные решения необходимы для исследования процессов отслоения металлических, оксидных и полупроводниковых покрытий в приборостроении, машиностроении и микроэлектронике, исследования деформирования пластины, сопряженной по контуру с основанием важно в процессе фотолитографии при создании различных микро- и наносхем, а также в производстве полупроводниковых устройств.

5. Достоверность результатов диссертации.

Достоверность положений, выносимых на защиту, обеспечивается использованием а) адекватных моделей изгиба пластин и оболочек и их специализаций, б) записи наиболее общих условий обобщенной упругой заделки на границах и их специализаций, в) точных и приближенных аналитических решений, а также численных методов решения задач, г) сопоставления результатов при изменении параметров задач в широких пределах.

6. Апробация работы. Основные результаты диссертации Д. В. Гандиляна опубликованы в виде пяти статей в рецензируемых журналах из перечня ВАК, индексируемых международными базами цитирования, и докладывалась на четырех международных и всероссийских конференциях по профилю механики деформируемого твердого тела.

7. Замечания и вопросы по содержанию работы.

1. Судя по определениям (2.9), в граничных условиях (2.22) и (2.23) указано “на контуре $\alpha = \text{const}$ ” вместо “вдоль координаты α ”. То же для β .

2. В главах 3 и 4 используются термины “распространение отслоения вдоль криволинейной (прямолинейной) границы отслоения”, из которых не удается однозначно понять расположение границы и направление ее распространения.

3. Не сказано о структуре множества решений системы (3.30)-(3.32) нелинейных алгебраических уравнений — условий обобщенной упругой заделки, а также аналогичной системы в главе 4.

Указанные вопросы и замечания не ставят под сомнение положения, выносимые на защиту, и не меняют общего положительного впечатления от диссертационной работы.

8. Заключение по диссертации.

Диссертация представляет собой самостоятельную законченную научно-квалификационную работу, в которой исследованы задачи распространения отслоения покрытия от пологого цилиндрического основания и поперечного изгиба пластины на перфорированном основании с

учетом податливости основания. Диссертационная работа Гандиляна Давида Вагановича «Применение условий упругой заделки в задачах деформирования тонкостенных конструкций» выполнена на высоком научно-методическом уровне и отвечает всем требованиям п.9 Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации №842 от 24.09.2013 года (в редакции от 18.03.2023 года), а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8 — Механика деформируемого твердого тела.

Я, Келлер Илья Эрнстович, даю согласие на включение своих персональных данных в документы, связанные с работой диссертационного совета, и их дальнейшую обработку.

Официальный оппонент:

заведующий лабораторией нелинейной механики деформируемого твердого тела Института механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук (ИМСС УрО РАН) — филиала ФГБУН Пермский федеральный исследовательский центр УрО РАН, доктор физико-математических наук (01.02.04), доцент

28 апреля 2025 года

Келлер Илья Эрнстович

Служебный телефон: +7(342)2378307 E-mail: kie@icmm.ru

Служебный адрес: 614013, г.Пермь, ул. Акад. Королёва, д.1, ИМСС УрО РАН

Подпись И.Э. Келлера заверяю

Ученый секретарь ИМСС УрО РАН



Юрлова Н.А.